

【21 交流回路】

- ・実効値（最大値を $\sqrt{2}$ で割ったもの）

$$I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

- ・抵抗 ・コイルのリアクタンス ・コンデンサーのリアクタンス

$$R [\Omega] \quad \omega L [\Omega] \quad \frac{1}{\omega C} [\Omega]$$

コイル：電圧 V が電流 I よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる

コンデンサー：電圧 V が電流 I よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅れている

- ・RLC直列回路のインピーダンス

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} [\Omega]$$

- ・共振周波数

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} [\text{Hz}]$$

- ・電気振動の周期

$$T = 2\pi\sqrt{LC} [\text{s}]$$

- ・電気振動の周期

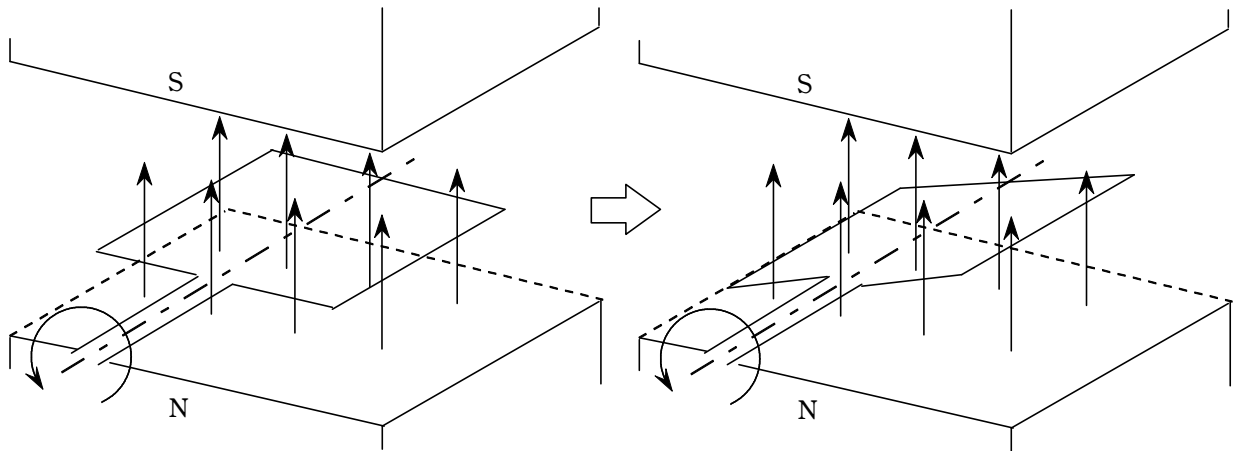
$$\frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}CV^2 = \text{一定}$$

()年 ()科 ()組 ()番 名前()

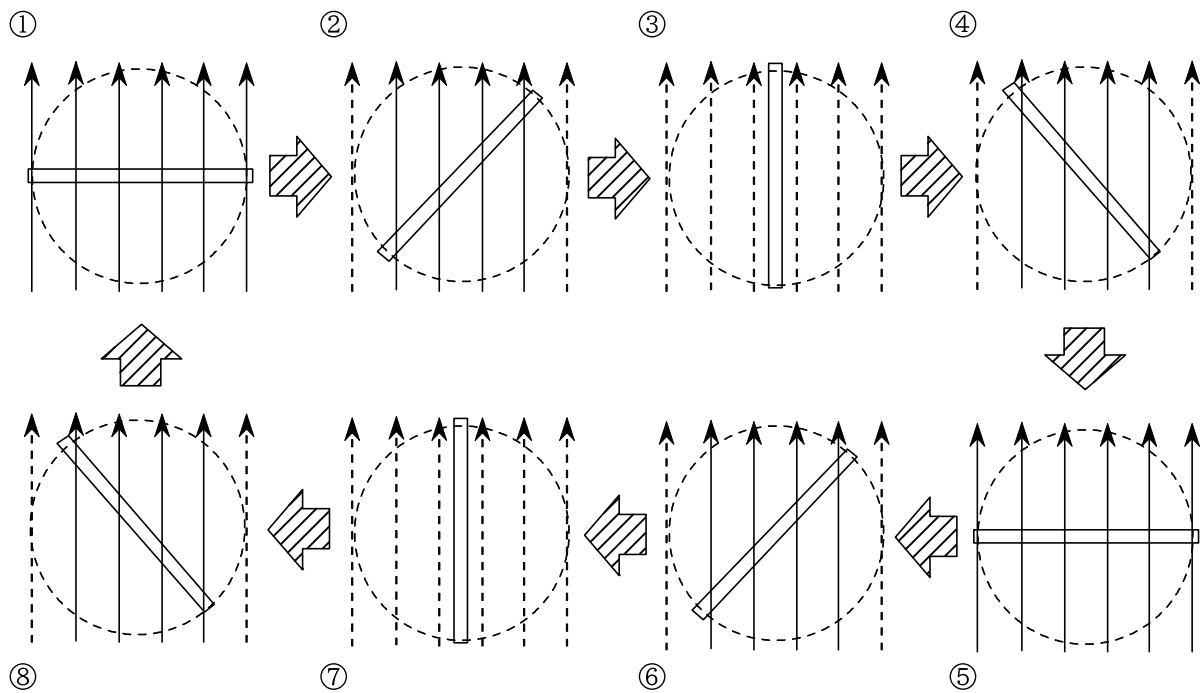
第4章 電磁誘導と電磁波

3 交流の発生

A コイルの回転と交流の発生



磁場内でコイルを一定の角速度 ω [rad/s] で回転させます。



コイルを真上から見たとき、誘導電流の流れる向きは、

①→②	②→③	③→④	④→⑤	⑤→⑥	⑥→⑦	⑦→⑧	⑧→①

このように周期的に向きが反転します。これが交流発生の仕組みです。

<真横から見ると>

t 秒のとき、コイルは水平面から ωt 傾いた状態になります。するとコイルを貫く磁束は、

$$\Phi =$$

となります。また、ファラデーの電磁誘導の法則より

$$V =$$

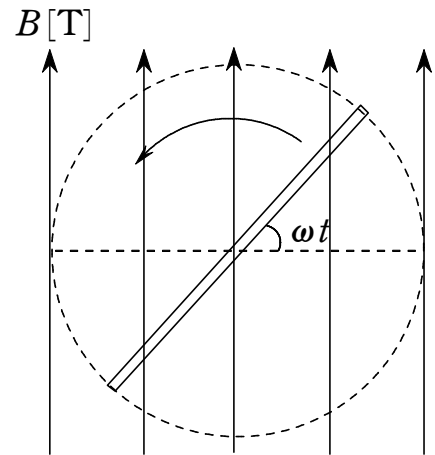
です。ここで、 Δ という記号は数学の微分記号 d と同じなので

$$V =$$

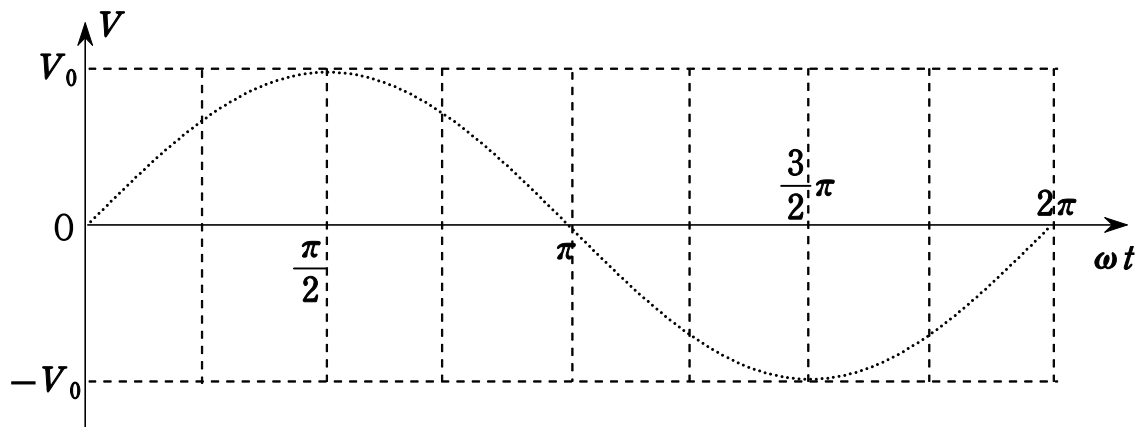
$$=$$

$$=$$

【交流電圧】

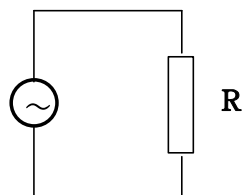


交流電圧 V のグラフは

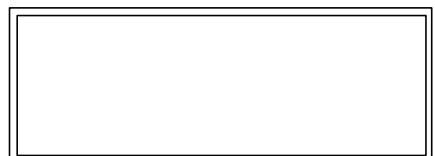


$V_0 \dots$ 交流電圧の最大値 $\omega t \dots$ 位相

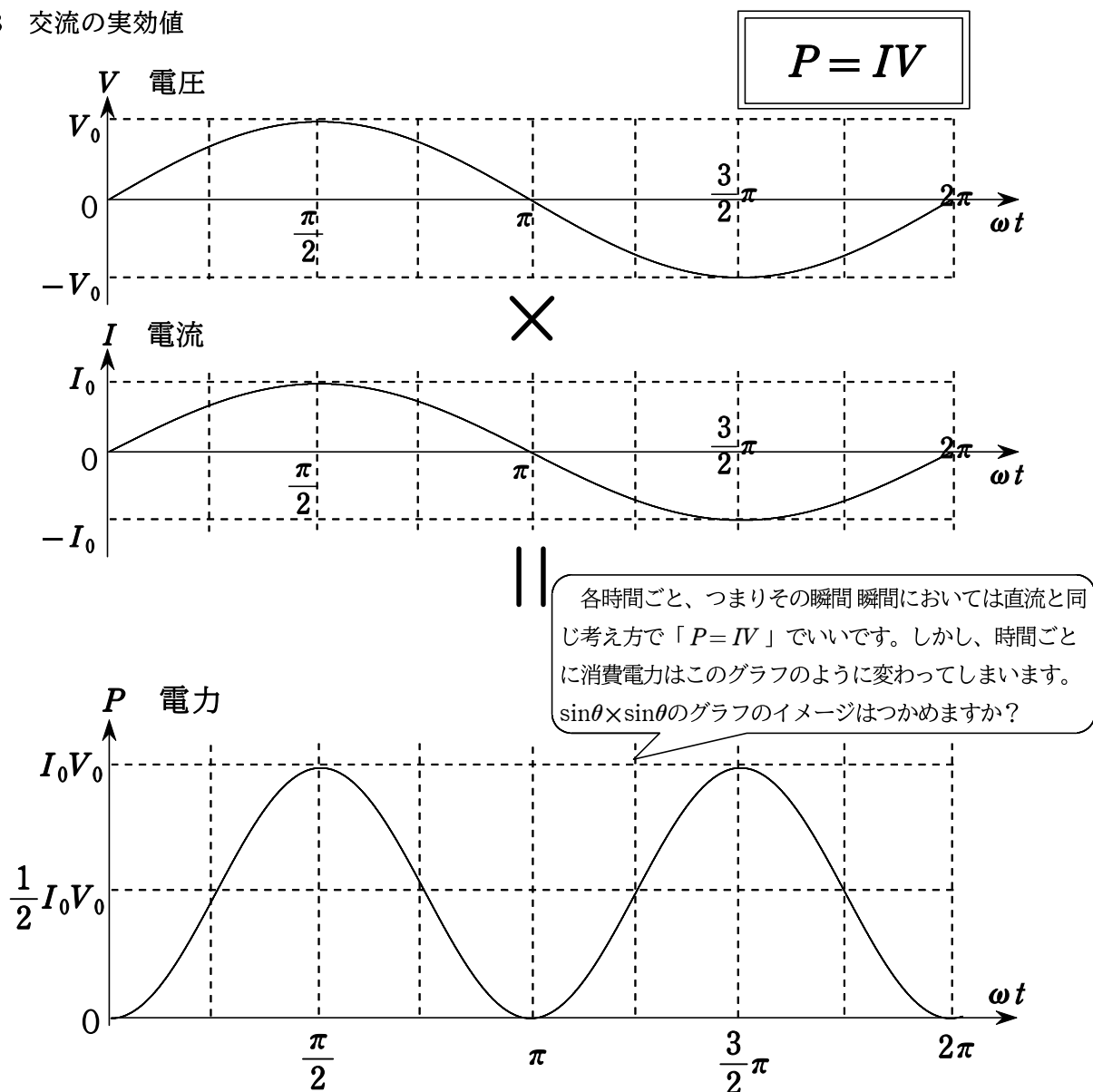
また、この交流電源に抵抗をつけると電流が流れます。
交流においてもオームの法則は成り立ちます。



【交流電流】



B 交流の実効値



消費電力の時間平均は

になります。

ここで

,

とおくと

と書くことができ、まるで直流と同じように扱うことができるようになります！

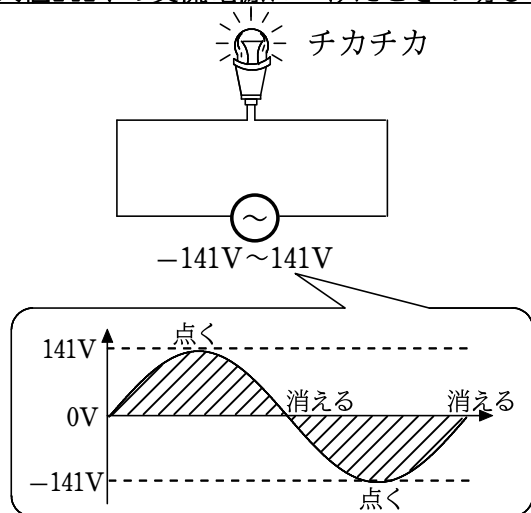
このときの I_e と V_e を

と言います。

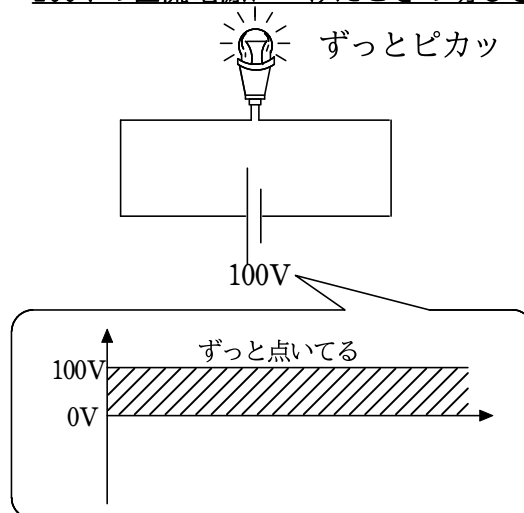
$$\text{実効値} = \frac{\text{最大値}}{\sqrt{2}}$$

例えば、最大値141Vの交流電源に豆電球をつけるとチカチカ点滅するんです。141Vで明るく点くときもあれば、0Vで消えてるときもあります。ただ相当動体視力がよくない限り、普通の人間には常に点いているようにしか見えません。(だって60Hzだと1秒間に120回点滅するんですよ。)するとトータルでの明るさは、100Vの直流電源に豆電球をつけたときの明るさとほぼ同等になります。要は下の図の通りです。

最大値141Vの交流電源につけたときの明るさ



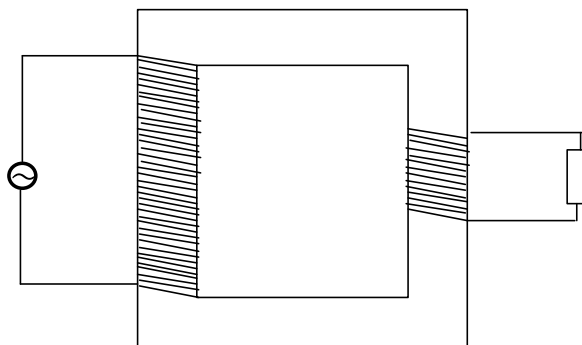
100Vの直流電源につけたときの明るさ



交流は電圧を聞かれたときに表現に困るんですよ。 $-141 \sim 141V$ ですか言わないといけないわけです。それは面倒なので、だいたいいつも最大値の $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 分の1の電圧がかかっているという考え方が「実効値」です。つまり時間変動する交流を、とある一定値として扱うということです。

C 変圧器

変圧器とは電磁誘導を利用して交流の電圧を変える装置のことです。



それぞれのコイルに生じる誘導起電力を V_1, V_2 [V] コイルの巻き数を N_1, N_2 [回] としてファラデーの電磁誘導の法則より、 $V_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$ $V_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$ となります。

共通の鉄心に巻き付いているので $\frac{d\Phi}{dt}$ の項は同じ値になり、 $\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2}$ と結べます。

【変圧器】

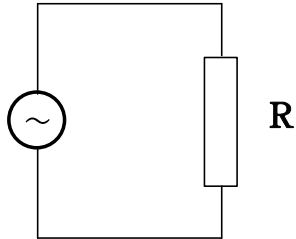
また、一次コイルと二次コイルの電力は等しく、エネルギーは保存されます。つまり、 $I_1 V_1 = I_2 V_2$ です。そのため電圧を大きくすれば電流が小さくなり、ジュール熱による送電ロスが減ります。実際の発電所では、変圧器を使って高電圧に変換してから送電しています。

- 1 500 W の電気器具を実効値 100 V の交流電圧で使うとき，流れる電流の実効値 I_e [A] と最大値 I_0 [A] を求めよ。
- 2 変圧器を使って 100 V の交流電圧を 25 V にしたい。二次コイルの巻数は，一次コイルの巻数の何倍にすればよいか。
- 3 抵抗値 $5\ \Omega$ の送電線で送電する。送電電力が 1000 W の場合，電圧の実効値が 100 V と 1000 V のときでは，どちらが送電線で失われる電力が大きいか。

4 交流回路

A 交流電圧と交流電流 B 交流と抵抗 (R 回路)

オームの法則より



電流

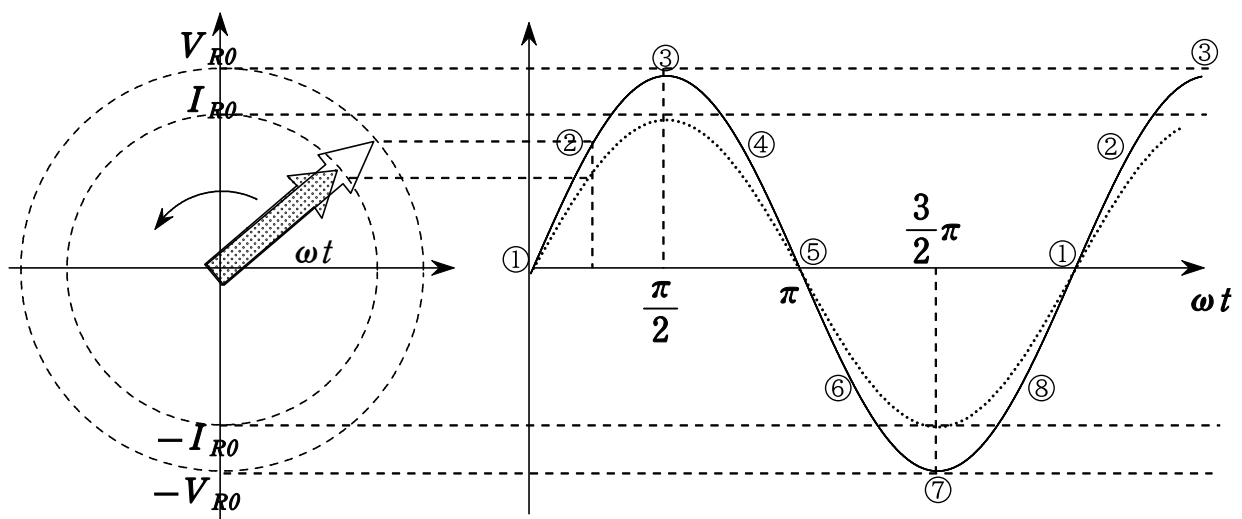
$$I_R =$$

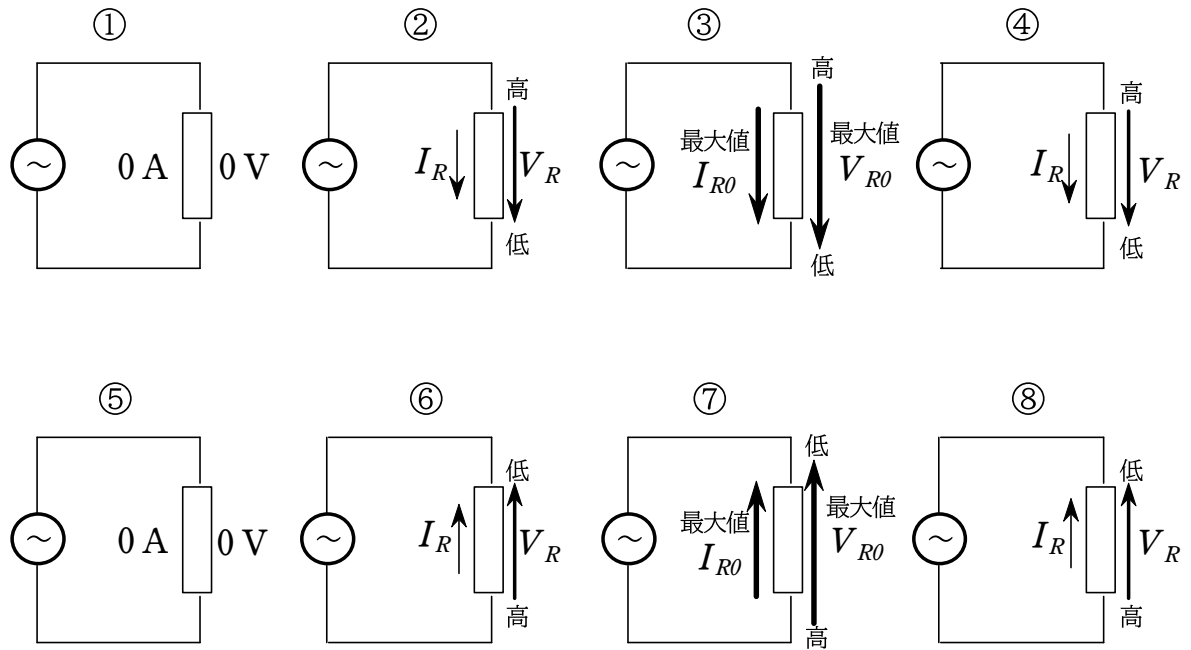
電圧

$$V_R =$$

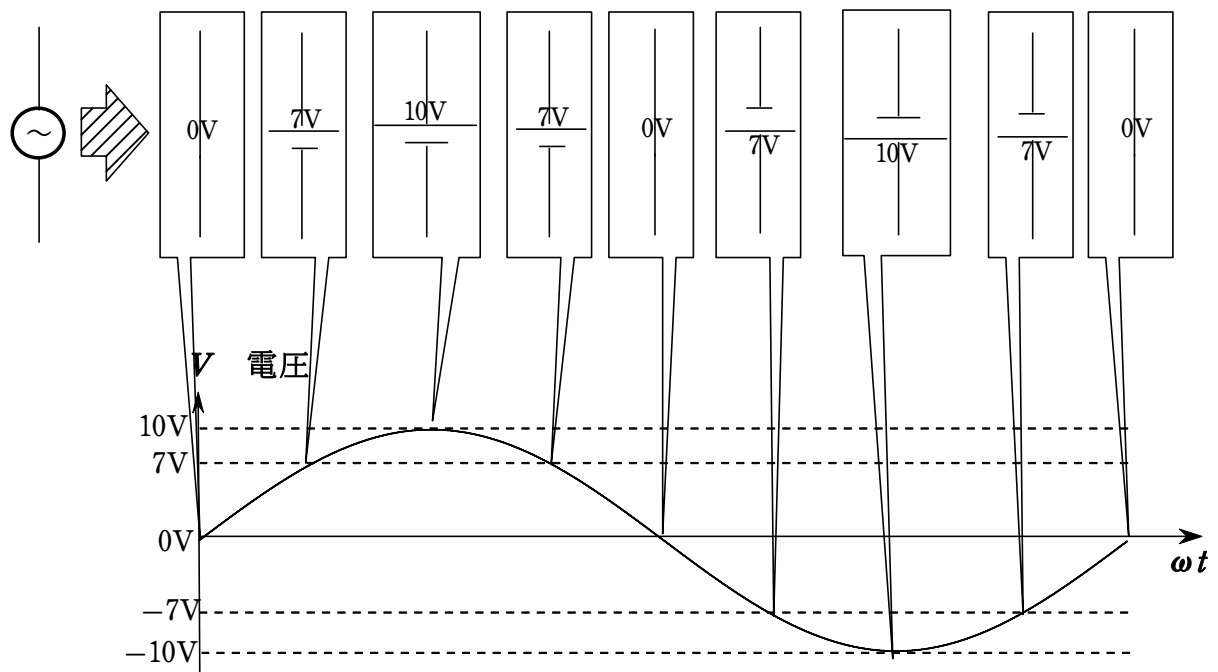
抵抗に加わる電圧 V_R と、抵抗を流れる電流 I_R の位相差

ここで最大値 I_{R0} , V_{R0} を半径とする円周上を回るベクトルを考えると、その縦の成分が電流と電圧の瞬間の値となります。



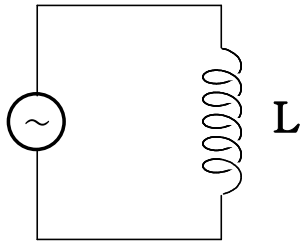


交流電源は、その瞬間ごとに下の図のような電池と考えることができます。例えば最大値 10V だとこんな感じ↓



C 交流とコイル (L 回路)

この回路に流れる電流を
 $I = I_0 \sin \omega t$ とします。



コイルにかかる電圧は、自己インダクタンスを L とすると

$$V =$$

ここで I を微分記号の d と書きかえると、

$$V =$$

$$V =$$

$$\cos \theta = \sin \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$V =$$

この電圧の最大値 V_0 は、 $\sin$ が 1 になるときを考えればいいので、

この式と、オームの法則 $V = RI$ を比べると、 ωL は抵抗に相当します。

コイルは直流回路においては $0 [\Omega]$ ですが、交流回路においては変化する電流を妨げるように誘導起電力が生じるので、電流が流れにくくなる抵抗のようなはたらきをします。

このように、交流回路における抵抗値を『リアクタンス』といいます。

【コイルのリアクタンス】

[]

コイルに流れる電流 I_L と、コイルに加わる電圧 V_L は同位相ではなく、少しずれていることがわかりました。

電流

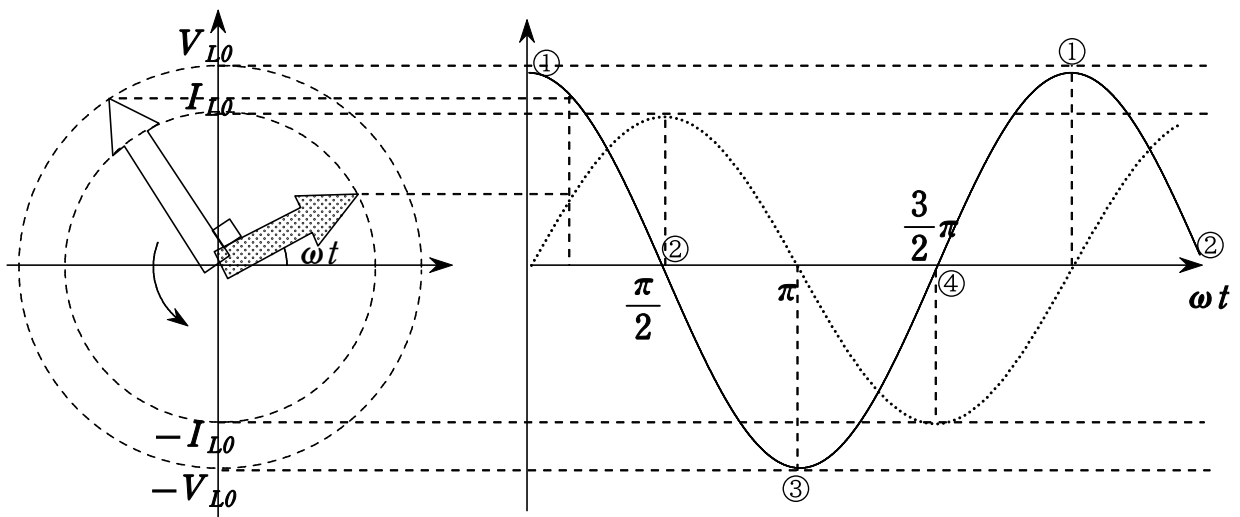
$$I_L =$$

電圧

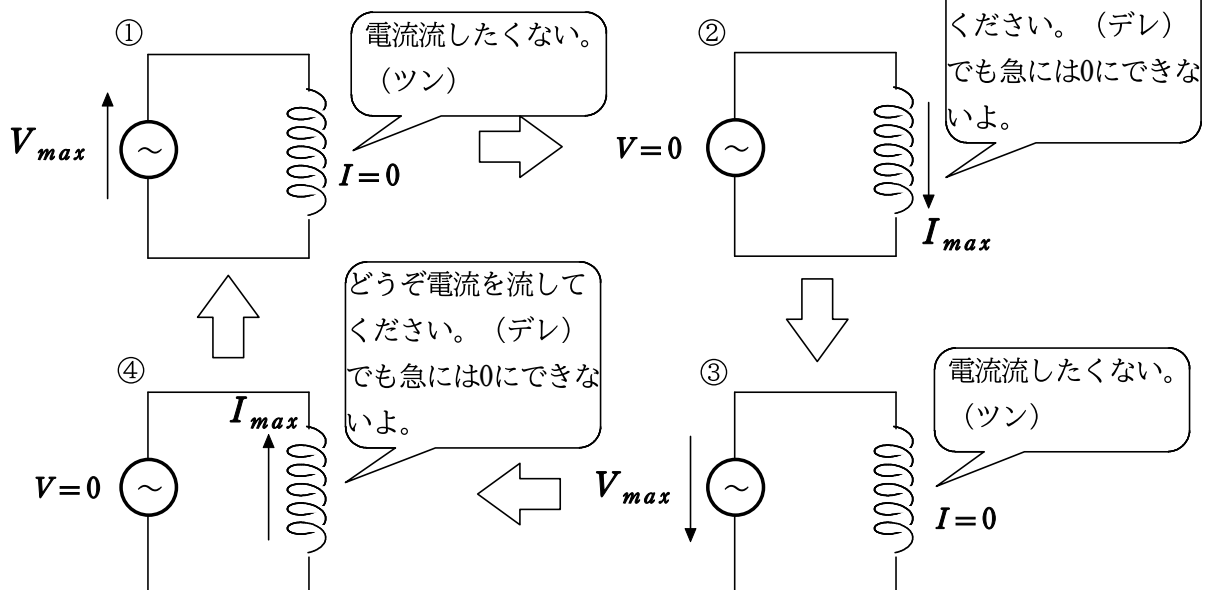
$$V_L =$$

コイルに加わる電圧 V_L と、コイルを流れる電流 I_L の位相差

ここで最大値 I_{L0} 、 V_{L0} を半径とする円周上を回るベクトルを考えると、その縦の成分が電流と電圧の瞬間の値となります。

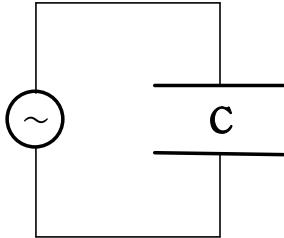


コイルは自己誘導で逆起電力を生じ反抗しましたよね。最大電圧をかけてもすぐには最大電流を流してくれないのです。つまりはツンデレなのです。だからコイルは電流が後。



D 交流とコンデンサー (C 回路)

この回路にかかる電圧を
 $V = V_0 \sin \omega t$ とします。



電流の定義より

$$I =$$

また、コンデンサーの公式から

$$Q =$$

$$I =$$

ここで Q を微分記号の d と書きかえると、

$$I =$$

$$I =$$

$$\cos \theta = \sin \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I =$$

この電流の最大値を考えると、 $\sin$ が 1 になるときを考えればいいので、

式を移行して

この式と、オームの法則 $V = RI$ を比べると、 $\frac{1}{\omega C}$ は抵抗に相当します。

【コンデンサーのリアクタンス】

[]

コンデンサーに流れる電流 I_C と、コンデンサーに加わる電圧 V_C も位相がずれています。電流の方が電圧より $\frac{\pi}{2}$ 進んでいますが、電圧が電流よりも $\frac{\pi}{2}$ 遅れているとも言えます。

電流

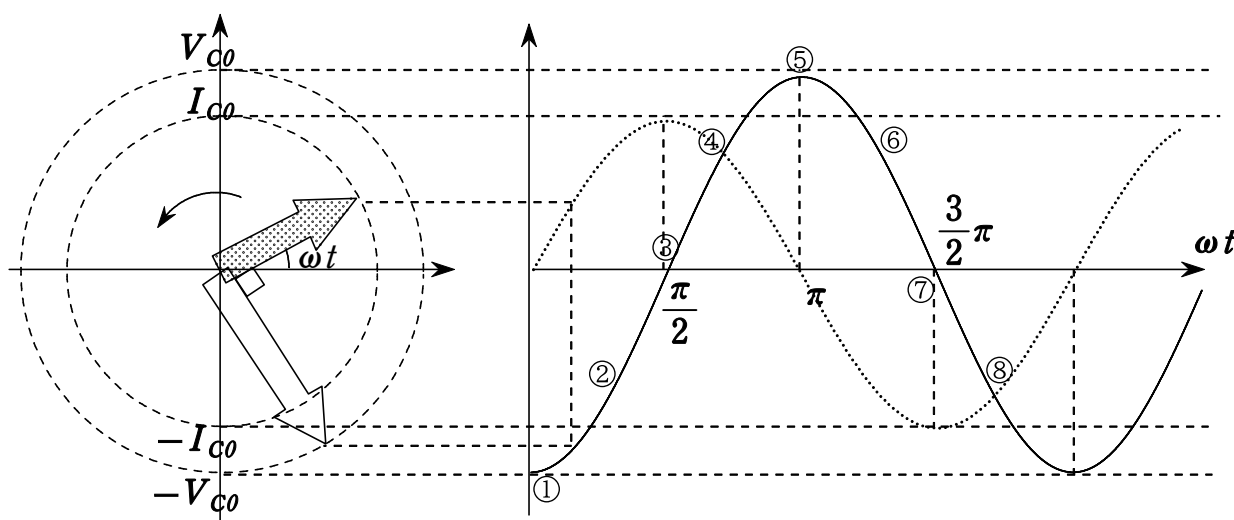
$$I_C =$$

電圧

$$V_C =$$

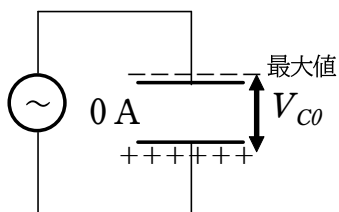
コンデンサーに加わる電圧 V_C と、コンデンサーを流れる電流 I_C の位相差

ここで最大値 I_{C0} 、 V_{C0} を半径とする円周上を回るベクトルを考えると、その縦の成分が電流と電圧の瞬間の値となります。

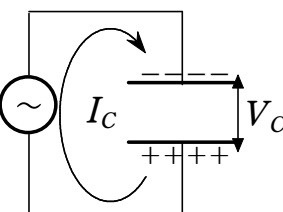


コンデンサーはコイルの逆と覚えておけばいいです。つまり電流が前。

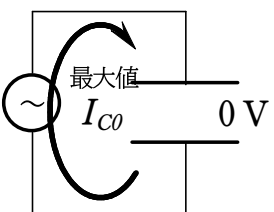
①充電完了



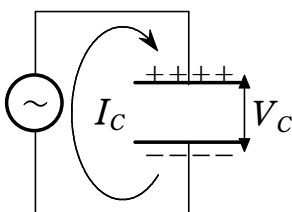
②少し放電



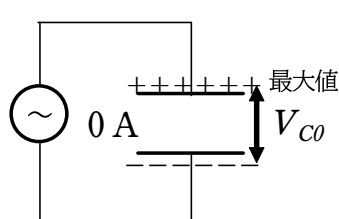
③完全放電



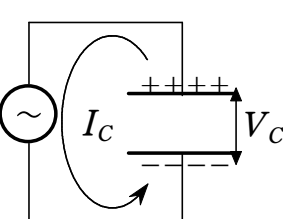
④少し充電



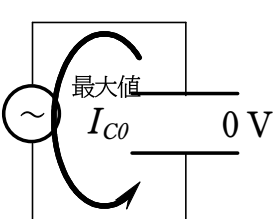
⑤充電完了



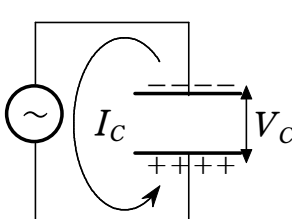
⑥少し放電



⑦完全放電

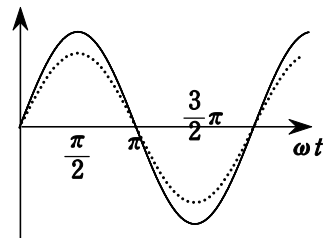
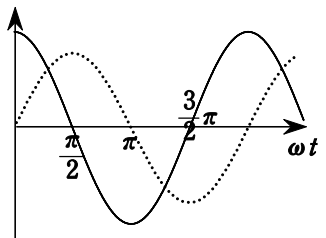
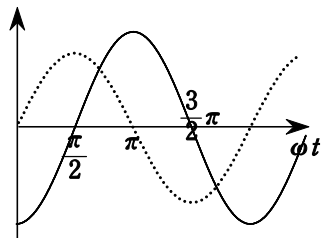


⑧少し充電



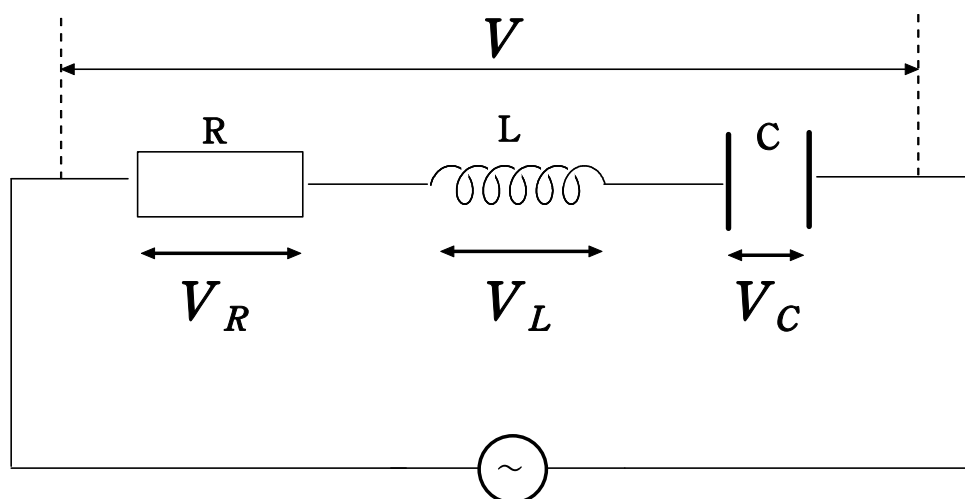
E コイル・コンデンサーで消費する電力

☆交流のまとめ☆

	抵抗	コイル	コンデンサー
リアクタンス	$R \quad [\Omega]$	$\omega L \quad [\Omega]$	$\frac{1}{\omega C} \quad [\Omega]$
位相	 $I = I_0 \sin \omega t$ $V = V_0 \sin \omega t$ 電圧と電流は同位相	 $I = I_0 \sin \omega t$ $V = V_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ 電圧は電流よりも $\frac{\pi}{2}$ 進む	 $I = I_0 \sin \omega t$ $V = V_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$ 電圧は電流よりも $\frac{\pi}{2}$ 遅れる
消費電力の時間平均	$\frac{1}{2} I_0 V_0$	0	0

コイルとコンデンサーは時間平均をとると消費電力は0[J]です。

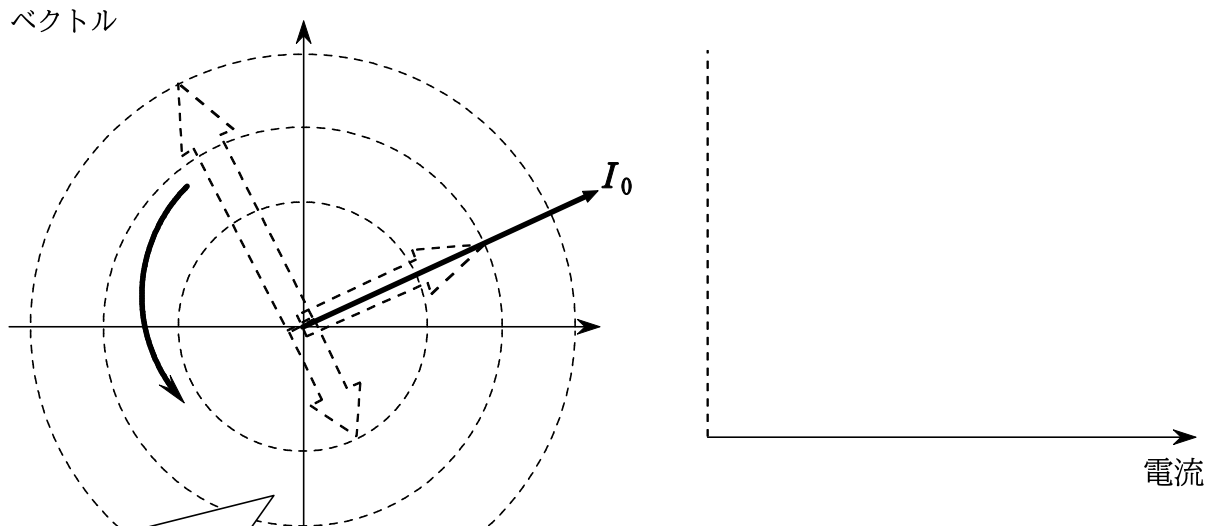
F 交流回路のインピーダンス



瞬間的な電圧は $V = V_R + V_L + V_C$ となりますが、

交流電源の最大値 V_0 は $V_0 = V_{R0} + V_{L0} + V_{C0}$ とはなりません！！

なぜなら、3つが同時に最大値をとることがないからです。コイルとコンデンサーは電流と電圧に位相差があります。そのため、各々の位相を考慮したベクトルの計算をしないとけません。



直列回路だから電流は共通

- ・抵抗の電圧 V_R は電流と同位相
- ・コイルの電圧 V_L は電流より $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる
- ・コンデンサーの電圧 V_C は電流より $\frac{\pi}{2}$ 遅れている

三平方の定理から、交流電圧の最大値 V_0 の値は、

それぞれのオームの法則 $V_{R0} = RI_{R0}$ $V_{L0} = \omega LI_{L0}$ $V_{C0} = \frac{1}{\omega C} I_{C0}$ において
直列だから電流は共通なので、 $I_{R0} = I_{L0} = I_{C0} = I_0$ です。これらを代入すると、

オームの法則のように「 $V = ZI$ 」という形に対応させると、

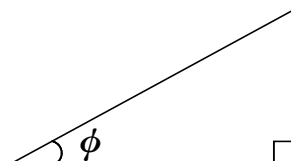
【インピーダンス】

[]

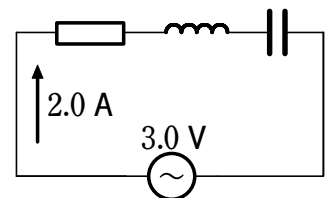
この Z をインピーダンスといいます。

インピーダンスとは交流における『合成抵抗』のことです。

また、電流と電源電圧の位相差(タイミングのずれ)を ϕ [rad] とすると、

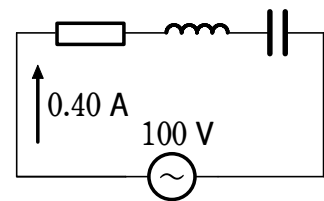


- 1 自己インダクタンス 0.32 H のコイルに周波数 50 Hz ，実効値 100 V の交流電圧を加えた。流れる電流の実効値は何 A か。
- 2 電気容量 $32 \mu\text{F}$ のコンデンサーに，周波数 50 Hz ，実効値 100 V の交流電圧を加えた。流れる電流の実効値は何 A か。
- 3 $R [\Omega]$ の抵抗，自己インダクタンス $L [\text{H}]$ のコイル，電気容量 $C [\text{F}]$ のコンデンサーに，それぞれ実効値 $V_r [\text{V}]$ の電圧を加える。消費電力の時間平均をそれぞれ求めよ。
- 4 抵抗，コイル，コンデンサーの直列回路に交流電圧を加えた。抵抗，コイル，コンデンサーに加わる交流電圧の実効値がそれぞれ 4.0 V ， 5.0 V ， 2.0 V であるとき，回路全体に加わる交流電圧の実効値は何 V か。
- 5 抵抗とコイルとコンデンサーを直列接続した回路に実効値 3.0 V の交流電圧を加えたところ，回路には実効値 2.0 A の電流が流れた。この回路のインピーダンスは何 Ω か。

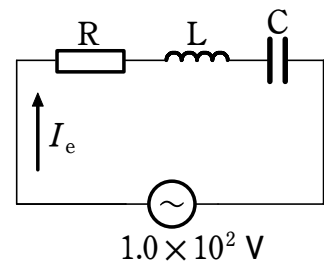


- 6 R [Ω] の抵抗と、電気容量 C [F] のコンデンサーの直列回路に角周波数 ω [rad/s] の交流電圧を加える。この回路のインピーダンスを求めよ。

- 7 $50\ \Omega$ の抵抗と、コイル、コンデンサーの直列回路に実効値 $100\ \text{V}$ の交流電圧を加えたところ、回路には実効値 $0.40\ \text{A}$ の電流が流れた。この回路全体の消費電力の時間平均を求めよ。



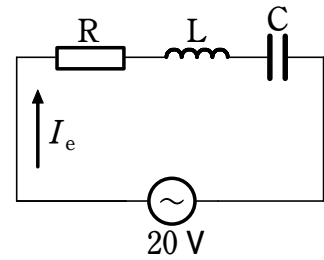
- 8 図のように、 $40\ \Omega$ の抵抗 R 、自己インダクタンス $0.20\ \text{H}$ のコイル L 、電気容量 $5.0 \times 10^2\ \mu\text{F}$ のコンデンサー C を直列接続し、交流電圧を加える。交流電圧の実効値を $1.0 \times 10^2\ \text{V}$ 、周波数を $f = \frac{2.0 \times 10^2}{2\pi}\ \text{Hz}$ ($\approx 32\ \text{Hz}$) とする。



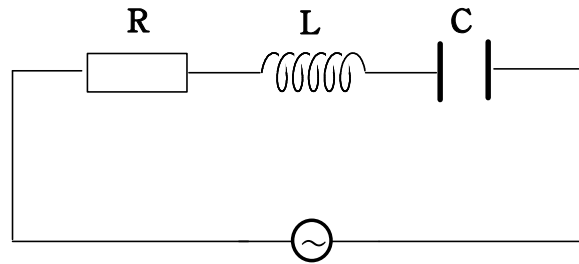
- (1) コイル L のリアクタンス X_L [Ω] を求めよ。
- (2) コンデンサー C のリアクタンス X_C [Ω] を求めよ。
- (3) 回路全体のインピーダンス Z [Ω] を求めよ。
- (4) 回路を流れる交流電流の実効値 I_e [A] を求めよ。

- 9 図のように、 $30\ \Omega$ の抵抗 R 、自己インダクタンス $0.15\ \text{H}$ のコイル L 、および電気容量 $25\ \mu\text{F}$ のコンデンサー C を直列接続し、交流電圧を加える。交流電圧の実効値を $20\ \text{V}$ 、角周波数を $\omega = 4.0 \times 10^2\ \text{rad/s}$ とする。

- (1) 回路全体のインピーダンス $Z[\Omega]$ を求めよ。
- (2) 回路を流れる交流電流の実効値 $I_e[\text{A}]$ を求めよ。
- (3) この回路の消費電力の時間平均 $\overline{P}[\text{W}]$ を求めよ。



G 共振



RLC直列回路のインピーダンス（交流における合成抵抗）は、

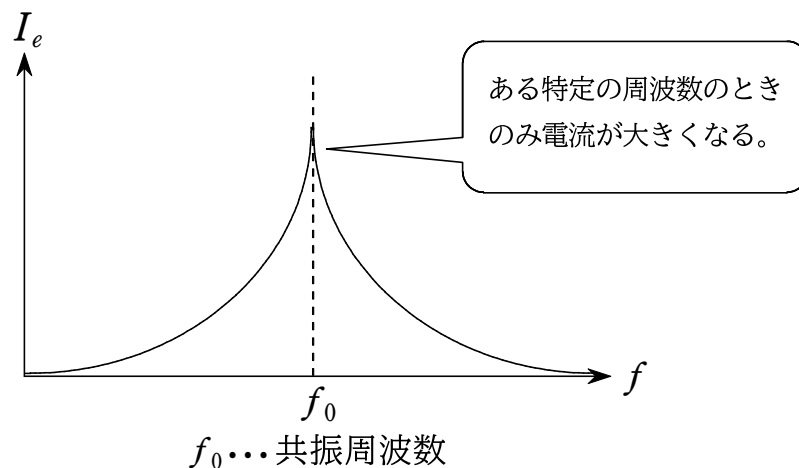
$Z =$ でしたよね。

$(\omega L - \frac{1}{\omega C})$ の部分は ω だけで変更が可能なので、ここをうまく調整すれば、インピーダンスを小さくすることができます。つまり、 $(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 0$ のときインピーダンスは最小になり、電流が最も大きく流れることになります。

【共振周波数】

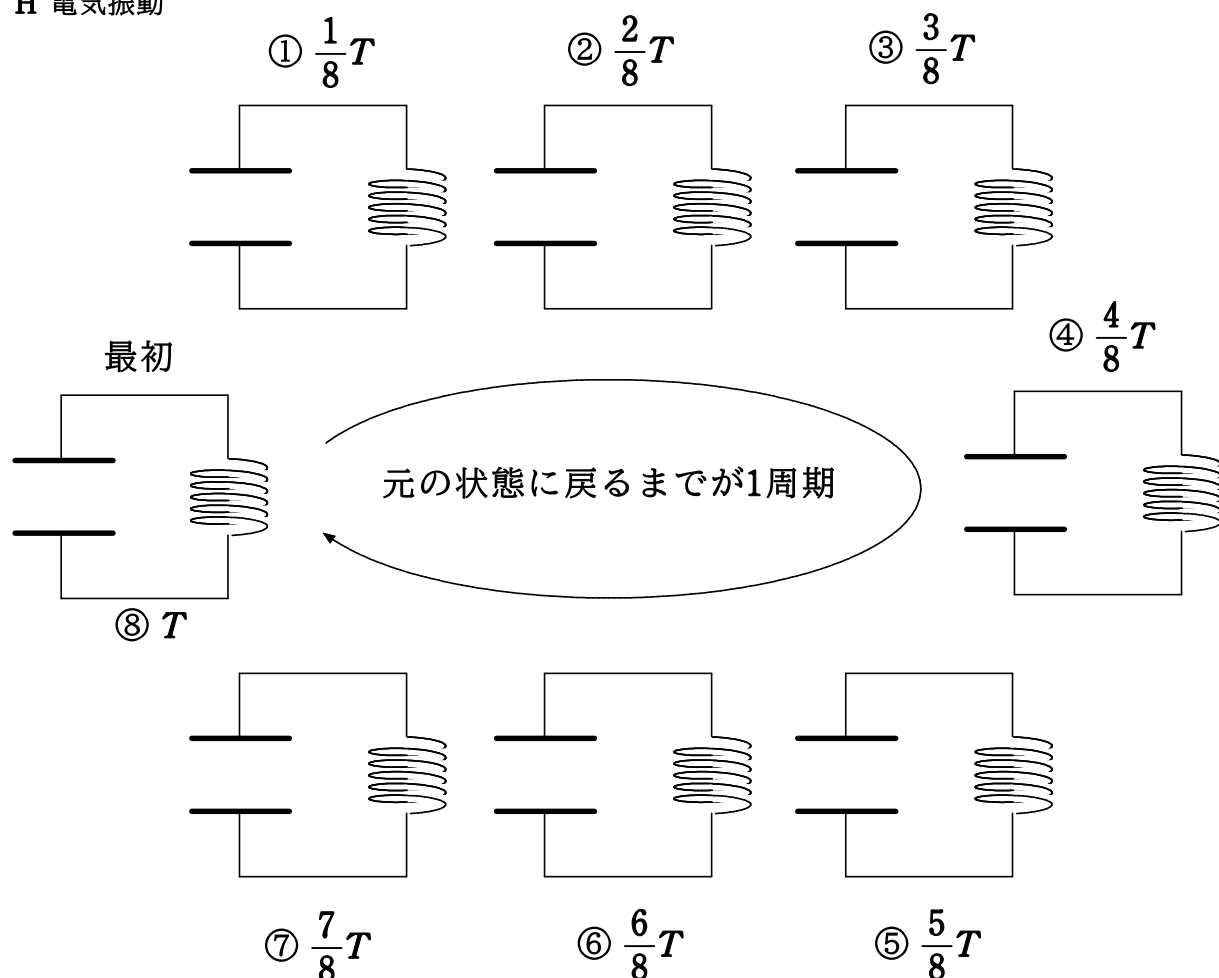
[]

これを『共振周波数』といい、この周波数のときに交流回路には非常に大きな電流が流れるようになります。また、この現象を『共振』といいます。



共振回路はラジオやテレビの電磁波の受信回路などに利用されています。

H 電気振動



最初：コンデンサーが放電を始めるとき、コイルはすぐには電流を流さない。

①：コイルが徐々に電流を流し始め、コンデンサーも放電できるようになる。

②：やがてコンデンサーは放電しきって、コイルも電流を最大に流すようになる。
このときコンデンサーの電気量は0になり電圧も0になる。

③：コンデンサーの電気量が0になっても、コイルは流れてる電流をすぐに0にしたいわけではないので、②のときと同じ方向に電流を流し続ける。そのためコンデンサーには最初と逆符号の電荷が貯められていく。放電したいのにまた貯まる。

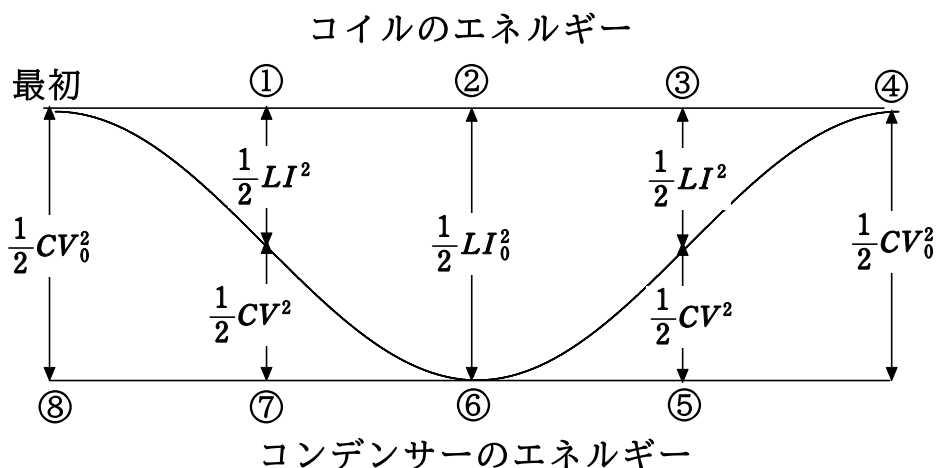
④：コンデンサーに電荷が貯まっていくにつれ電流が流れなくなり、やがて電流が0になる。そのとき再びコンデンサーには最大の電気量が貯められ、電圧に最大になる。

⑤：コイルが徐々に電流を流し始め、コンデンサーも放電できるようになる。

⑥：やがてコンデンサーは放電しきって、コイルも電流を最大に流すようになる。
このときコンデンサーの電気量は0になり電圧も0になる。

⑦：コンデンサーの電気量が0になっても、コイルは流れてる電流をすぐに0にしたいわけではないので、⑥のときと同じ方向に電流を流し続ける。そのためコンデンサーには最初と逆符号の電荷が貯められていく。放電したいのにまた貯まる。

⑧：コンデンサーに電荷が貯まっていくにつれ電流が流れなくなり、やがて電流が0になる。そのとき再びコンデンサーには最大の電気量が貯められ、電圧に最大になる。

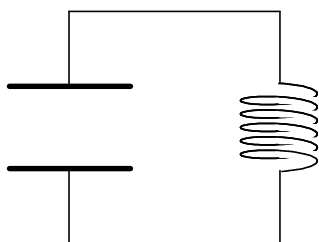


- ・コンデンサは、放電したい
- ・コイルは、電流を変化させたくない

この2つの性質がうまくかみ合って起こる現象が「電気振動」です。

コンデンサとコイルには同じ電圧がかかっており、同じ電流が流れています！

つまり、「直列かつ並列」というおもしろい性質を持っています。



コンデンサにおいて
オームの法則より

コイルにおいて
オームの法則より

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ より}$$

【周期】

[]

$$f = \frac{1}{T} \text{ より}$$

【固有周波数】

[]

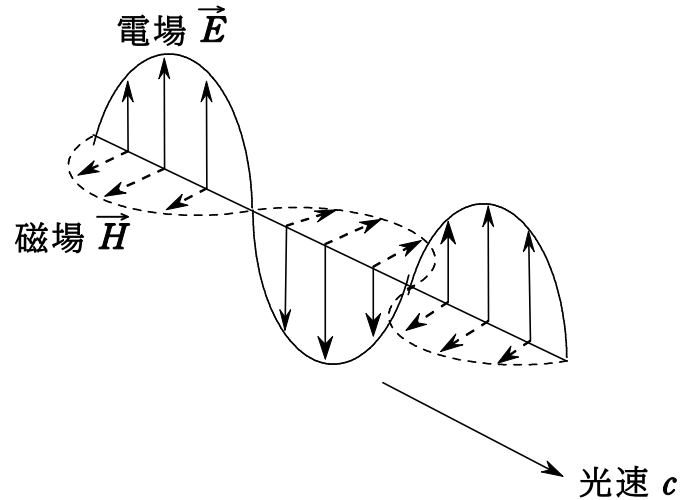
また、コンデンサとコイルは電力を消費しないので、エネルギー保存則が成り立ちます。

【電気振動のエネルギー保存則】

5 電磁波

電磁波とは、電場と磁場が光速で空間を伝わる波のことです。

- ・ 磁場が変化すると、そのまわりの空間に電場が生じる
- ・ 電場が変化すると、そのまわりの空間に磁場が生じる



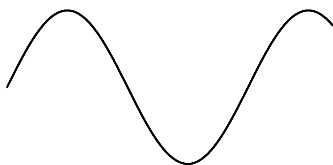
電波や光、紫外線なども電磁波の一種です。電磁波を伝える媒質は直交する電場と磁場なのです。

電磁波

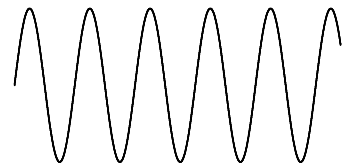
電波	赤外線	可視光線	紫外線	X線	γ 線
----	-----	------	-----	----	------------

波長が長い $\longleftarrow \lambda \longrightarrow$ 波長が短い

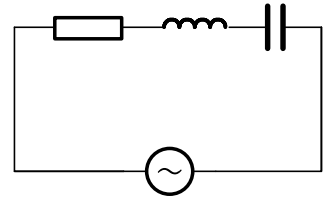
振動数が小さい $\longleftarrow f \longrightarrow$ 振動数が大きい



$$c = f\lambda$$

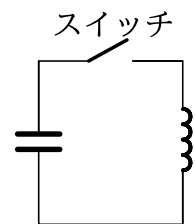


- 1 抵抗と、自己インダクタンス 0.50 H のコイルと、電気容量 $8.0 \mu\text{F}$ のコンデンサーの直列回路の共振周波数は何 Hz か。



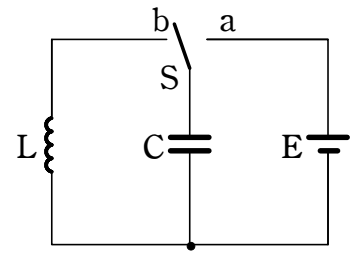
- 2 図のように、自己インダクタンス $4.0 \times 10^{-3} \text{ H}$ のコイルと、電気容量 $2.5 \times 10^{-10} \text{ F}$ のコンデンサーを接続する。コンデンサーを電圧 2.0 V で充電してから、スイッチを入ると回路には振動電流が流れた。

- (1) 振動電流の周期 $T[\text{s}]$ と周波数 $f[\text{Hz}]$ を求めよ。
- (2) 振動電流が最大となる瞬間、コイルが蓄えているエネルギーは何 J か。
- (3) 振動電流の最大値は何 A か。



- 3 周波数が 90 MHz (M は 10^6 を表す) の FM ラジオの電波の波長は何 m か。光の速さを 3.0×10^8 m/s とする。
- 4 電源電圧が 5.0 V で、周波数を 0.10~10 kHz の範囲で変えることのできる交流電源と、自己インダクタンス 25 mH のコイル、電気容量 10 μ F のコンデンサーがある。空欄を、数値で埋めよ。なお、問題中の電圧、電流の値はすべて実効値とする。
- (1) コイルを交流電源につないで周波数を kHz にするとき、コイルに流れる電流は最も大きく、 A である。このときのコイルのリアクタンスは Ω である。
 - (2) コンデンサーを交流電源につないで周波数を kHz にするとき、コンデンサーに流れる電流は最も大きく、 A である。このときのコンデンサーのリアクタンスは Ω である。
 - (3) コイルとコンデンサーを直列に接続し、さらに抵抗値の十分小さい抵抗を直列に接続する。この回路を交流電源につなぎ周波数を kHz にすると、回路に流れる電流は最も大きくなる。

- 5 図のように、自己インダクタンス 2.0 mH のコイル L 、電気容量 $2.0 \times 10^{-7} \text{ F}$ のコンデンサー C 、起電力 30 V の電池 E を接続する。初め、スイッチ S を a 側に入れ、十分に時間が経過してから b 側へ入れると、コイルとコンデンサーの回路に電気振動が起こる。



- (1) この電気振動の周波数 $f [\text{Hz}]$ を求めよ。
- (2) スイッチを b 側に入れてから、振動電流が最大になるまでの時間 $t [\text{s}]$ を求めよ。
- (3) 振動電流の最大値 $I_0 [\text{A}]$ を求めよ。ただし、導線の抵抗を無視するものとする。



「不屈不撓の物理」