

【23 原子と原子核】

- ・ボーアの理論：量子条件

$$2\pi r = n\lambda \quad \left(\lambda = \frac{h}{mv}\right)$$

- ・ボーアの理論：振動数条件

$$E_n - E_{n'} = h\nu$$

- ・エネルギー準位

$$E_n = -\frac{2\pi^2 k_0^2 m e^4}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{Rch}{n^2}$$

- ・ α 崩壊 β 崩壊

α 崩壊：正体は、ヘリウム原子核を飛ばすこと
→質量数が4減り、原子番号が2減る

β 崩壊：正体は、中性子から電子を飛ばすこと
→原子番号が1増える

- ・半減期

半減期ごとに原子の数が $\frac{1}{2}$ になる

- ・質量とエネルギーの等価性

$$E = mc^2$$

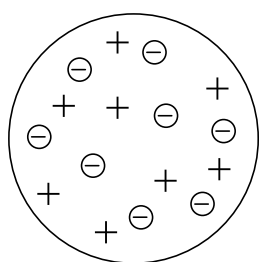
()年 ()科 ()組 ()番 名前()

第2章 原子と原子核

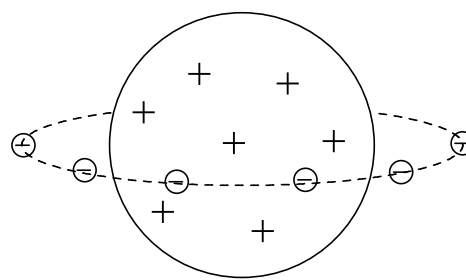
1 原子の構造とエネルギー準位

A ラザフォードの原子模型

陰極線の実験から、全ての原子には負の電気を帯びた「電子」が存在するということが判明しました。するとある疑問が浮かび上がります。(もう一度言いますが、この時代にはまだ原子の構造はわかっていません。)「全ての原子は電子を持つ。」→「しかし原子は電氣的に中性である。」→「つまり原子は正の電気を持つはずである。」と。そこで原子の構造がとうなっているのか様々な仮説が出てきました。J.J.トムソンは「正の電気を帯びた球体の中に電子が埋め込まれているブドウパンモデル」だと主張し、長岡半太郎は「土星のように、正の電気を帯びた球の周りを電子が飛びまわっている」と主張しました。いったい何が正しいのかは、その10年後にラザフォードの実験によってはっきりしました。



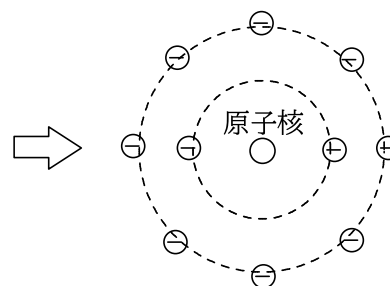
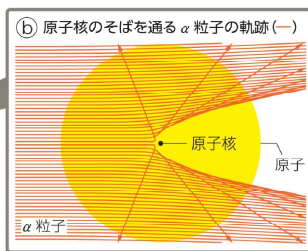
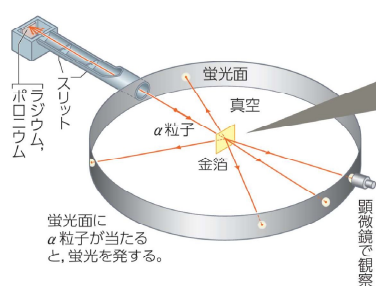
【J.J.トムソンのモデル】



【長岡半太郎のモデル】

ラザフォードは、「 α 粒子」(正の電気を帯びた粒子のことです。これについては後程紹介します。)を原子に向かって発射し、その様子を観察しました。すると、原子全体の1万分の1くらい極々小さい領域に α 粒子が約180度はね返ってくる様子が見られたのでした。つまり、正の電気を帯びた原子核は原子全体に対してとても小さいということが分かりました。例えて言うと、原子自体は東京ドームで、原子核はその中心にある野球ボールのような関係です。

(a) 散乱実験のようす



【ラザフォードの原子模型】

中学校や高校の化学で習う原子構造は、ラザフォードによって確立されたわけですね。(ありがたや)しかし、このラザフォードのモデルにもひとつ欠点があるのです...

B 水素原子のスペクトル

スイスの中学数学教師だったバルマーは、水素から出る光が連続スペクトルではなく、特定の波長の輝線スペクトルだということに気づき、しかもその「とびとびの値」をとる波長に関係性があることを発見しました。

<連続スペクトル> 例：太陽の光など

→どんな波長でも、途切れることなく存在する状態。波長の値が連続していると表現します。

<輝線スペクトル> 例：炎色反応など

→ある特定の波長しか存在しない状態。波長の値がとびとびであると表現します。

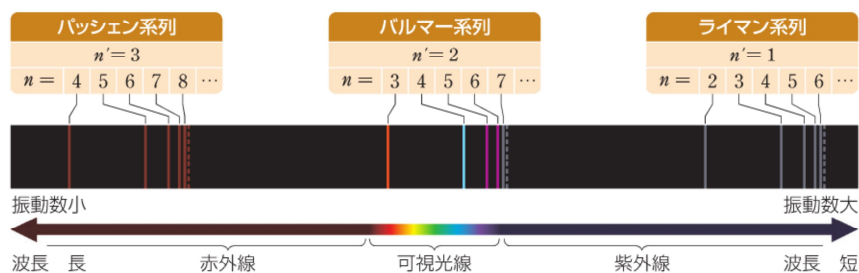
水素原子からは下の式を満たすような「とびとびの値」の輝線スペクトルが見られることが発見されました。また、他にもライマンが紫外線領域について、パッシェンが赤外線領域について同様の関係性があることを発見しました。

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

($n' = 1, 2, 3, \dots$)

($n = n' + 1, n' + 2, n' + 3, \dots$)

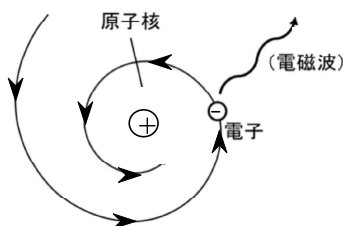
R はリュードベリ定数



今は、 n とか n' とか何を意味するのかわからなくていいです。これからお話します。まずは、水素から「とびとびの値」の波長である輝線スペクトルが出るという事実を理解しましょう。

C ボーアの理論

ラザフォードが提唱した原子模型にはひとつ欠点があるといいました。それは、電子が加速度運動すると電磁波を放射してしまうため、だんだん電子の運動エネルギーが失われ、最終的には原子核に落ち込んでしまうという問題です。



こうなるはずなのに
なぜこうならない？

電子は原子核の周りを等速円運動していると考えられてきました。等速円運動は等速ですが加速度運動です。電子が加速度運動すると電磁波を放出するというのは高校では習いませんが、放出するという事実は知っておいてください。電磁波だってエネルギーが必要です。そのエネルギーは電子が持っている運動エネルギーから出てくるため、電子は少しずつエネルギーが失われ、だんだんと原子核に落ち込んでしまいます。すると原子は崩壊することになります。しかし、世の中の原子は安定に存在しています。これは、事実と矛盾することになります。「古典力学」ではこれが説明できませんでした。そこでボーアはあることを考えました。それが次のページです。

<ボーアの理論>

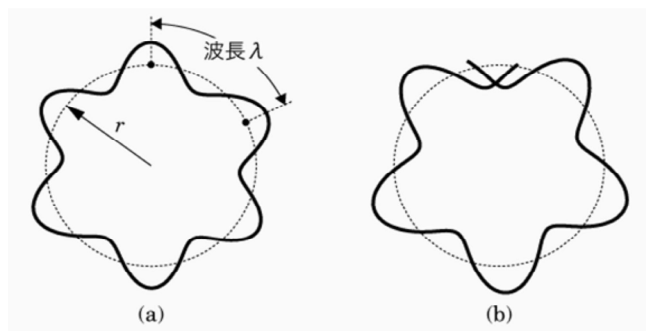
- ① 電子は特定の とびとび の軌道しかとれない。その軌道上にいるときを定常状態と呼ぶ。そしてその軌道とは、電子が波であるときの形がぴったり収まる長さである。さらに電子が定常状態にいるときは電磁波を放出しない。
- ② ある定常状態から違う定常状態に移るときは、そのエネルギーの差に相当する $h\nu$ [J] の 振動数を持つ電磁波を放出する。

なんともご都合主義的な解釈ですが、この仮説こそが原子を紐解いていく素晴らしい発想なのです。

①ボーアの量子条件

波長の整数倍の長さの円軌道のみ存在する。中途半端はダメ。という条件。

それを「定常状態」といいます。この円軌道のととき、電子は電磁波を放出しない。

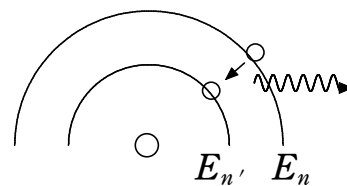
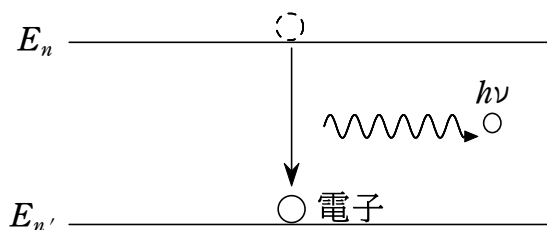


これはOK！

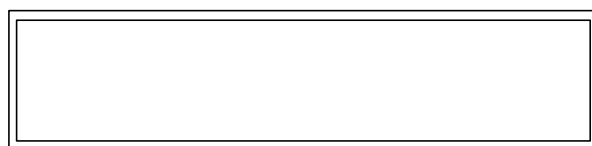
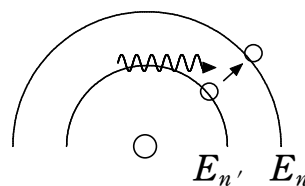
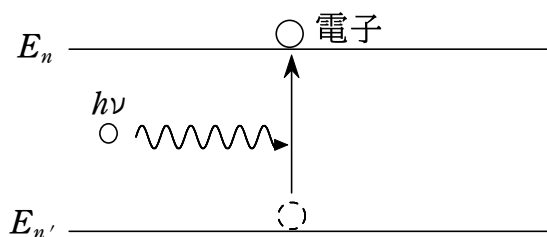
これはダメ！

②ボーアの振動数条件

電子が高いエネルギー準位 E_n から低いエネルギー準位 $E_{n'}$ に移るとき、そのエネルギーの差分のエネルギーを持つ「光子」を放出する。

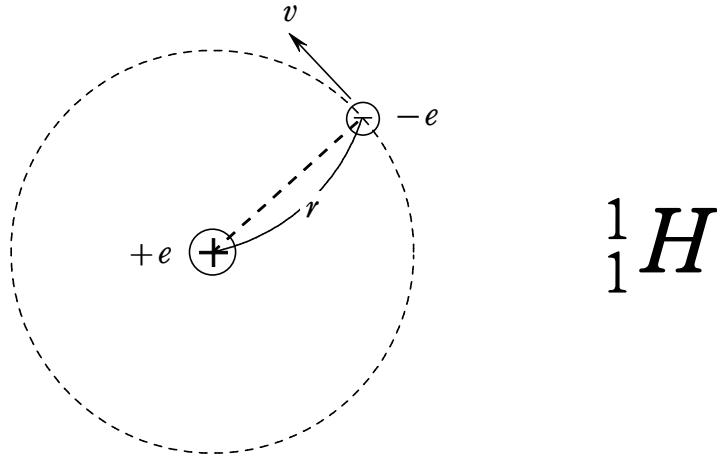


または吸収して低いエネルギー準位から高いエネルギー準位に移る。



③エネルギー準位の計算

原子の構造を物理学の視点から説明していきます。まずは最もシンプルな構造の水素原子です。水素原子は「陽子1個」「電子1個」からできていますね。最初は電子を粒子として考えます。電子がある半径で等速円運動をしています。



静電気力が向心力のはたらきをするので、電子の運動方程式は、

$$= \quad \text{①}$$

となります。また、電子は波でもあるので、ボーアの量子条件から

$$= \quad \text{②}$$

を満たさないといけません。この① ②から v を消去して r の式にします。

②の式を2乗して、

$$=$$

v^2 だけを左辺に持ってきて、

$$=$$

これを①に代入して、

$$=$$

r の式にすると、

$$= \quad \text{③}$$

これが、水素原子内の電子が取りうる半径になります。

また、電子の力学的エネルギーは、電子の運動エネルギーと電子の位置エネルギーの和なので、

$$=$$

①の式から mv^2 を代入し、式を整理すると、

$$=$$

この式に、先ほどの③の半径を代入すると、

$$= \quad \text{④}$$

ここでボーアの振動数条件から、

$$= \quad \text{⑤}$$

④のエネルギーの式を⑤に代入すると、(n, n' の区別をしっかりと)

$$=$$

左辺を共通因数でくくると、

$$=$$

左辺と右辺を入れ替え、左辺を $\frac{1}{\lambda}$ のみにすると

$$=$$

$$\frac{2\pi^2 k_0^2 m e^4}{c h^3} \text{ を リュードベリ定数 } R \text{ とおくと、}$$

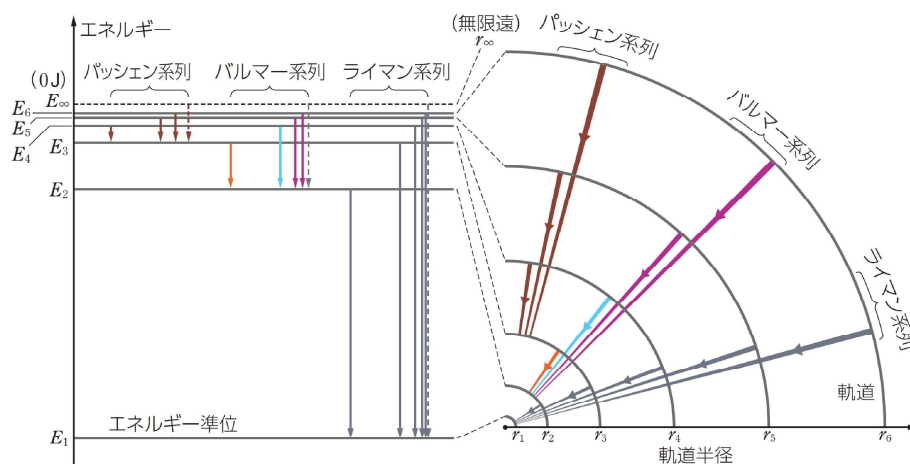
=

これで、バルマーの式が理論的にも正しいことが証明されました。この波長こそが、電子が E_n から $E_{n'}$ へ移るときに放出される光の波長です。それにしても、いち中学数学教師のバルマーは水素原子の輝線スペクトルの値 656.28nm , 486.13nm , 434.05nm, 410.17nm から、この式を紙とペンと根性だけで導き出したんだから本当にとんでもない人ですよ。

また、④の式もリュードベリ定数 R を用いて表すと、

=

n は $n=1, 2, 3 \dots$ という値をとるので、電子は各軌道においてとびとびのエネルギーを持つことを示していますね。この $n=1$ のときを「 」と言います。エネルギーが一番低い状態です。また電子がより外の軌道に移ることを「 」といい、その状態のことを「 」といいます。



上の図のように、あるエネルギー準位から

$n=1$ のエネルギー準位に遷移するときを「ライマン系列」

$n=2$ のエネルギー準位に遷移するときを「バルマー系列」

$n=3$ のエネルギー準位に遷移するときを「パッシェン系列」といいます。

※ちなみに $n=\infty$ だと電子が原子から開放されている状態を示すので、イオンになったということです。イオン化エネルギーの計算に使います。

- 1 水素原子内の電子が定常状態 $E_3 = -1.5 \text{ eV}$ から $E_1 = -13.6 \text{ eV}$ へ移るときに放出する光(紫外線)の光子のエネルギーは何 eV か。また、その波長は何 m か。プランク定数

$h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 電気素量 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, 真空中の光の速さ $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ とする。

定常状態 $E_3 = -1.5 \text{ eV}$ から $E_1 = -13.6 \text{ eV}$ へ移るとき、これらの差のエネルギーをもつ光子を放出する。よって、光子のエネルギーは

$$E_3 - E_1 = -1.5 - (-13.6) = 12.1 \text{ eV}$$

波長を $\lambda [\text{m}]$ とする。 $12.1 \text{ eV} = 12.1 \times (1.6 \times 10^{-19}) \text{ J}$ なので「 $E = \frac{hc}{\lambda}$ 」より

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{(6.6 \times 10^{-34}) \times (3.0 \times 10^8)}{12.1 \times (1.6 \times 10^{-19})} \approx 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}$$

- 2 ヘリウムイオン He^+ は、原子核(陽子 2 個をもつ)のまわりを 1 個の電子が等速円運動をしていると考えられる。電子の質量を $m [\text{kg}]$, 電気素量を $e [\text{C}]$, プランク定数を $h [\text{J} \cdot \text{s}]$, クーロンの法則の比例定数を $k_0 [\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2]$ とする。

- (1) 電子の速さを $v [\text{m/s}]$, 軌道半径を $r [\text{m}]$ として、電子の等速円運動に必要な向心力の大きさを m, v, r を用いて表せ。
- (2) 電子が受ける静電気力の大きさを k_0, e, r を用いて表せ。
- (3) 電子の軌道は円周の長さが電子波の波長の n 倍 (n は自然数) のものだけが可能であるとして、半径 r を n, h, k_0, m, e, π (円周率) を用いて表せ。
- (4) 電子のエネルギー $E [\text{J}]$ を運動エネルギーと静電気力による位置エネルギー(基準を無限遠にとる)の和として、 n, h, k_0, m, e, π を用いて表せ。

(1) $m \frac{v^2}{r} [\text{N}]$

(2) 原子核の電気量は $2e$ であるから、静電気力の大きさは $k_0 \frac{e \times 2e}{r^2} = \frac{2k_0 e^2}{r^2} [\text{N}]$

(3) 円周の長さは $2\pi r$ であるから、電子波の波長を λ とすると $2\pi r = n\lambda$

また $\lambda = \frac{h}{mv}$ したがって $2\pi r = n \left(\frac{h}{mv} \right)$ ①

静電気力が円運動の向心力のはたらきをするから $m \frac{v^2}{r} = \frac{2k_0 e^2}{r^2}$ ②

② 式より $mv = \sqrt{\frac{2mk_0 e^2}{r}}$ ③

③ 式を ① 式に代入して整理すると $r = \frac{h^2}{8\pi^2 k_0 m e^2} \cdot n^2 [\text{m}]$

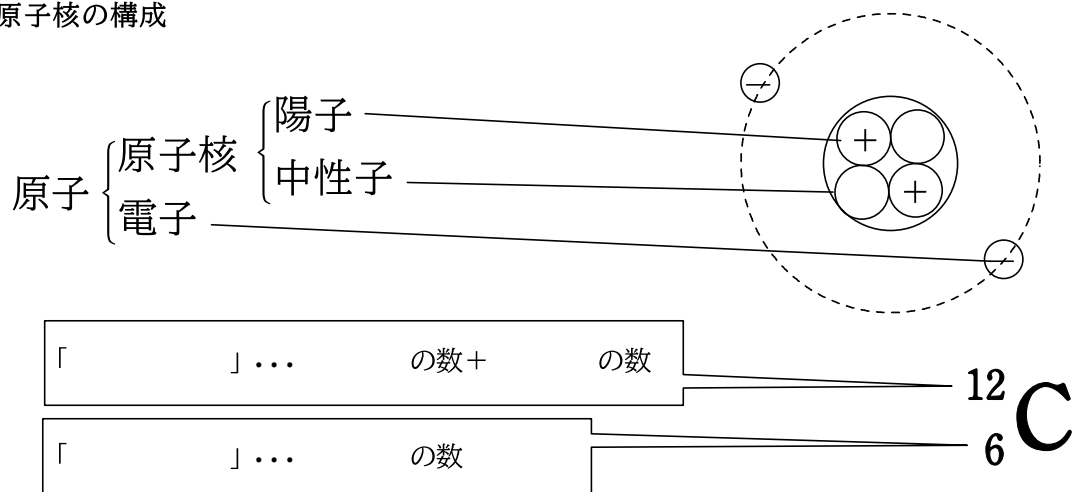
(4) $E = \frac{1}{2} m v^2 + \left(-k_0 \frac{2e^2}{r} \right)$

② 式より $mv^2 = \frac{2k_0 e^2}{r}$ だから $E = \frac{1}{2} \left(\frac{2k_0 e^2}{r} \right) - k_0 \frac{2e^2}{r} = -\frac{k_0 e^2}{r}$ ④

④ 式に r の値を代入して $E = -\frac{8\pi^2 k_0^2 m e^4}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} [\text{J}]$

2 原子核

A 原子核の構成



原子番号を「 」、中性子の数を「 」、質量数を「 」とする。

また、原子核を構成している陽子と中性子をあわせて「 」といいます。核子どうしは、正の電気を帯びていたり、なにも帯びていなかったりするのになぜくっついていのでしょうか？むしろ反発しあいそうですよね。実は静電気力よりももっと強い力が陽子と中性子にはたらいて結合させているのです。その名を「 」といいます。

B 同位体

同じ原子でも中性子数が異なるものを「 」といいます。

例) ${}^1_1\text{H}$ と ${}^2_1\text{H}$, ${}^{12}_6\text{C}$ と ${}^{13}_6\text{C}$, ${}^{14}_7\text{N}$ と ${}^{15}_7\text{N}$ などですね。

C 統一原子質量単位

原子の質量はとても小さいので、新たな単位を設定します。その名も

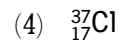
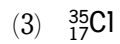
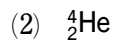
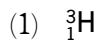
「統一原子質量単位」といいいます。 ${}^{12}_6\text{C}$ 原子 1 個の質量の $\frac{1}{12}$ を 1u と表します。

D 原子量

これは化学で習うから大丈夫ですよ。もう多くは語りません。

問題演習(アウトプット) シャベる、質問する、説明する、動く、他者と協力する

1 次の原子の，陽子の数，中性子の数をそれぞれ求めよ。



(1)	陽子の数		中性子の数	
(2)	陽子の数		中性子の数	
(3)	陽子の数		中性子の数	
(4)	陽子の数		中性子の数	

【解答】 (1) 陽子：1 個，中性子：2 個 (2) 陽子：2 個，中性子：2 個
(3) 陽子：17 個，中性子：18 個 (4) 陽子：17 個，中性子：20 個

2 ${}^{12}_6\text{C}$ 原子 1 個の質量を単位 g で表せ。 $1\text{u} = 1.66 \times 10^{-24}\text{g}$ とする。

1u の定義より， ${}^{12}_6\text{C}$ 原子 1 個の質量は

$$12 \times 1\text{u} = 12 \times (1.66 \times 10^{-24})\text{g} = 1.992 \times 10^{-23}\text{g} \doteq 1.99 \times 10^{-23}\text{g}$$

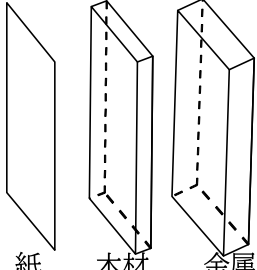
3 塩素には 2 つの同位体 ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ (質量 35.0u)， ${}^{37}_{17}\text{Cl}$ (質量 37.0u) が 3 : 1 の比率で存在する。
塩素の原子量を求めよ。

$$\text{塩素の原子量は } 35.0 \times \frac{3}{3+1} + 37.0 \times \frac{1}{3+1} = 35.5$$

3 放射線とその性質

A 放射線

放射線は危険という言葉をよく聞きますが、それが実際なんなのかを知っている人は少ないです。いくつか種類がありますが、高校物理では3種類の放射線を扱います。正体はすでに顔見知りの連中ですが、これらが高速で飛ぶことが危ないんです。細胞や遺伝子を壊してしまい、がんになる恐れがあるからね。

名称	正体	電離作用	透過力
			 紙 木材 金属

B α 崩壊・ β 崩壊

原子番号の大きい原子は、不安定なため、安定な別の原子へと変わってしまいます。それを、原子核が崩壊すると表現します。そのときに高エネルギーの放射線を出すのですが、その性質を「放射能」といい、その性質を持つ原子を「放射性物質」といいます。簡単な足し算引き算なので必ず理解しましょう。

< α 崩壊>

質量数が 減り、原子番号も 減る。



原子核

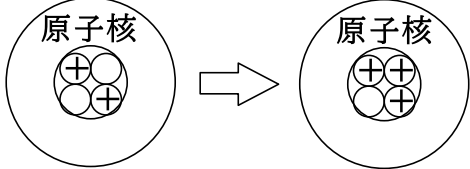
=



陽子2個、
中性子2個の
He原子核

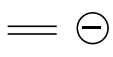
< β 崩壊>

原子番号が 増える。



「中性子」が「陽子」と「電子」になる

=



陽子1個をつくりだすためにでてきた電子1個

< γ 崩壊>

何も変化しない。

プルプル



原子核

=

ピタッ

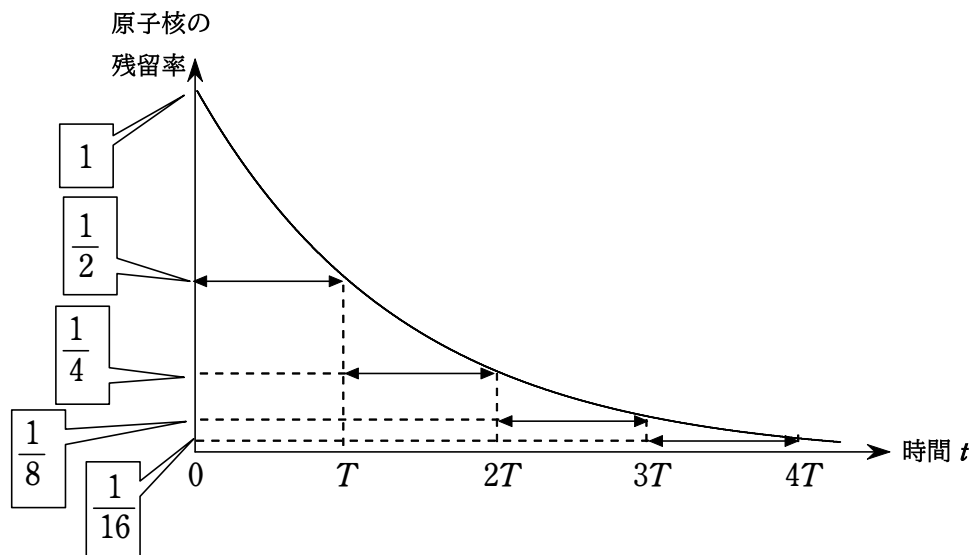


電磁波が出てくる

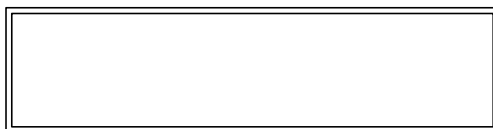
C 半減期

不安定な放射性物質は、放射線を放出することで安定した別な物質へと変化していきます。これを原子核が崩壊するといいます。この崩壊にはルールがあります。

- ① 半減期経つと原子核の数が半分になる。(半数の原子核が崩壊する。)
- ② その生き残った原子核のうちの半分か、また半減期後に崩壊する。



基本は暗算で計算できますが、解けないときは以下の式を使います。



D 放射線の測定単位

「ベクレル(Bq)：放射能の強さ」

原子核が毎秒 1 個の割合で崩壊するときの放射能の強さを1Bqとする。

「グレイ(Gy)：吸収線量」

放射線が物質に吸収されるとき、放射線が物質に与えるエネルギーを吸収線量という。物質1kgあたりに吸収されるエネルギーが1J であるときの吸収線量を1Gyとする。

「シーベルト(Sv)：等価線量」

放射線の吸収線量が同じでも、人体への影響は放射線の種類やエネルギーによって異なる。それらの違いを考慮した係数を吸収線量にかけた量を等価線量といい、単位はSvを用いる。

「シーベルト(Sv)：実効線量」

放射線の人体への影響は、組織・器官によっても異なる。それらの違いを考慮した係数を等価線量にかけ、すべての組織・器官で足し合わせたものを実効線量という。実効線量の単位にもSvを用いる。

E 放射線の影響と利用

人体が放射線を受けることを「被ばく」と言います。放射線はその電離作用によって生物の細胞に影響を及ぼし、将来のがんの発症の原因になったり、被ばく量が多い場合には急性の障害を引き起こすこともあります。この影響を最小限にするためには、「放射線源から離れる」「浴びる時間を短くする」「鉛でさえぎる」などの対策を取る必要があります。

- 1 α 線と β 線は磁場内で曲げられるが、 β 線のほうが大きく曲げられる。これはなぜだろうか。粒子の初速度の大きさは等しいとみなせるものとする。

解答 ${}^4_2\text{He}$ の原子核 (α 線) に比べて電子 (β 線) の質量がきわめて小さく、質量に対する電
気量の大きさの比の値 (比電荷) が大きいため。

- 2 ${}^{235}_{92}\text{U}$ は、 α 崩壊を 7 回、 β 崩壊を 4 回行って、安定な原子核になる。この原子核の原子番号 Z と質量数 A を求めよ。

指針 α 崩壊では原子番号が 2、質量数が 4 減少し、 β 崩壊では原子番号が 1 増加する。

解答 原子番号 $Z = 92 - 2 \times 7 + 1 \times 4 = 82$

質量数 $A = 235 - 4 \times 7 = 207$

- 3 ${}^{232}_{90}\text{Th}$ は、 α 崩壊を x 回、 β 崩壊を y 回行って、安定な原子核 ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ になる。 x と y を求めよ。

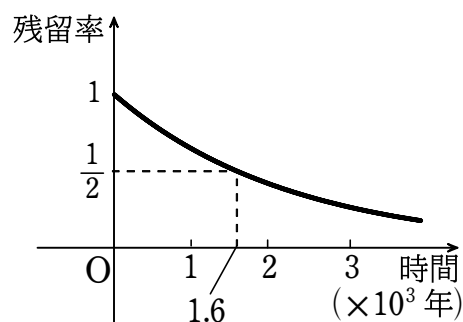
原子番号 Z について $90 - 2x + y = 82 \quad \dots \textcircled{1}$

質量数 A について $232 - 4x = 208 \quad \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 式より $x = 6$, $y = 4$

- 4 図は、放射性崩壊をする原子核 ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ の残留率 (崩壊をせずに残っている原子核の割合) と時間の関係を表すグラフである。

- (1) ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ の半減期は何年か。
(2) 6.0 g の ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ のうち、 3.2×10^3 年後に崩壊せずに残っているのは何 g か。
(3) ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ の数が初めの $\frac{1}{8}$ になるのは何年後か。



指針 半減期の時間が経過するたび、残留率 (または崩壊していない原子核の数) が $\frac{1}{2}$ 倍になる。

解答 (1) 図より、半減期 (残留率が半分になる時間) は 1.6×10^3 年

(2) 崩壊せずに残っている ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ の質量を m [g] とすると、

$$\left[\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} \right] \text{ より } \frac{m}{6.0} = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{3.2 \times 10^3}{1.6 \times 10^3}} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{よって } m = \frac{1}{4} \times 6.0 = 1.5 \text{ g}$$

(3) t 年後に $\frac{1}{8}$ になったとすると、 $\left[\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} \right]$ より

$$\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2} \right)^3 = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{1.6 \times 10^3}}$$

$$\text{よって } t = 3 \times (1.6 \times 10^3) = 4.8 \times 10^3 \text{ 年後}$$

- 5 放射性崩壊をする原子核がある。この原子核 8.0 g のうち、56 日後に崩壊せずに残っていたのは 0.50 g であったとする。

- (1) この原子核の半減期は何日か。
 (2) 崩壊せずに残っている原子核の質量が 0.25 g になるのは、初めから数えて何日後か。

(1) 「 $\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ 」を用いる。

崩壊前後の質量の比は、崩壊前後の原子核の数の比 $\frac{N}{N_0}$ に等しいので

$$\frac{0.50}{8.0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{56}{T}} \quad \dots\dots ①$$

ここで $\frac{0.50}{8.0} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \quad \dots\dots ②$

と表されるので、①、② 式より $\frac{56}{T} = 4$

よって、半減期 $T = 14$ 日

(2) $\frac{0.25}{8.0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{14}} \quad \dots\dots ③$

ここで $\frac{0.25}{8.0} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \quad \dots\dots ④$

と表されるので、③、④ 式より $\frac{t}{14} = 5$

よって $t = 70$ 日後

- 6 $^{131}_{53}\text{I}$ は、半減期 8.0 日で β 崩壊をして Xe (キセノン) に変わる。

- (1) この Xe の質量数および原子番号はそれぞれいくらか。
 (2) ある時刻に $^{131}_{53}\text{I}$ が 16 g あった。 $^{131}_{53}\text{I}$ が 4.0 g になるのは何日後か。
 (3) 32 日後には、 $^{131}_{53}\text{I}$ は何 g になるか。

- (1) β 崩壊では質量数は変わらず、原子番号が 1 増える。

よって 質量数は **131**、原子番号は **54**

(2) 「 $\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ 」に与えられた数値を代入して

$$\frac{4.0}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8.0}} \quad \text{よって} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8.0}}$$

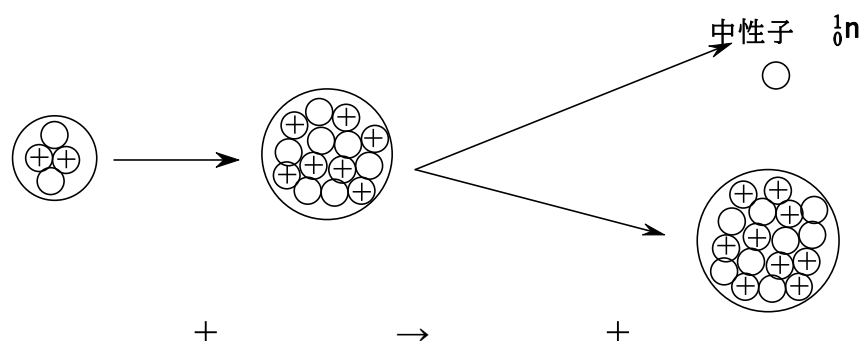
ゆえに $t = 16$ 日後

(3) $N = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{32}{8.0}} = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \mathbf{1.0 \text{ g}}$

4 核反応と核エネルギー

A 核反応

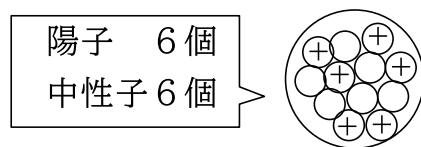
核反応・・・



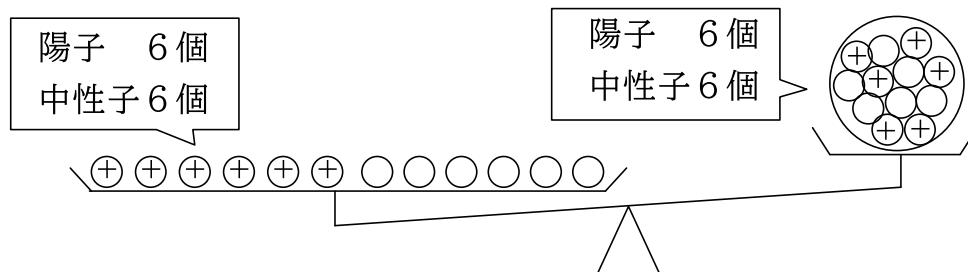
反応の前後で核子の数(質量数)の和と陽子の数の和は一定に保たれる

B 質量とエネルギーの等価性

原子核の中には、陽子や中性子が入っていますよね。

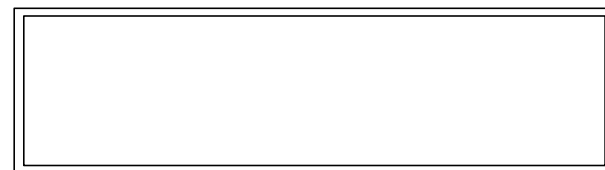


もし、これら1つ1つを分けて取り出すことができたとします。



するとなぜか、ばらばらのときの方が、まとまっているときよりも質量が大きくなります。質量保存の観点から考えるとおかしいと思うかもしれませんが、実際にそれは実験でも明らかになっています。つまり、「核子」というばらばらな状態から、「原子核」というまとまった状態になると、質量が減ったということになります。では、その質量はどこへ行ったのかというと、エネルギーになったのです。アインシュタインはこのことを「特殊相対性理論」の中で次のような式で表されることを提唱しました。

【質量とエネルギーの等価性】



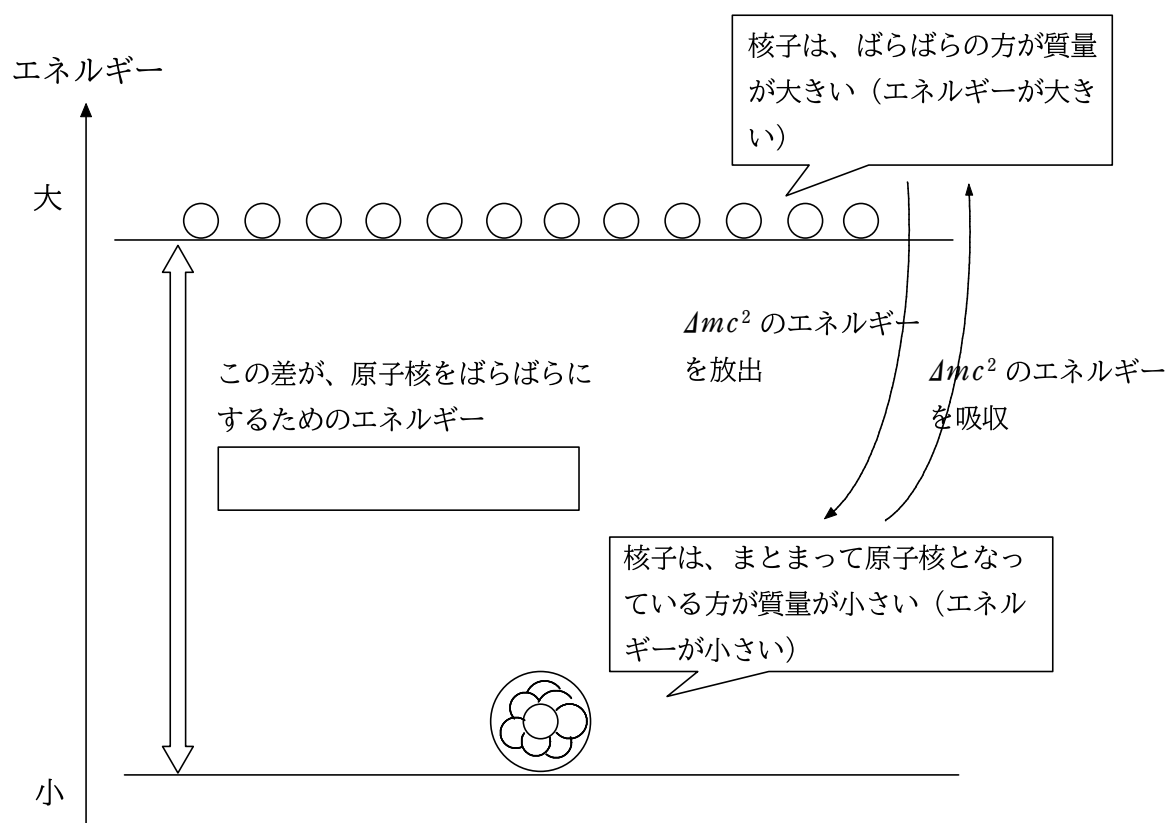
この式は、おそらく物理学の中でもっとも有名な式です。光速度はどんな場合でも変わることのない定数ですから、この式は「質量とエネルギーは同じもの。この2つは互いに関係しあっている。質量からエネルギーは作れるし、エネルギーは質量になりうる」と主張しています。

エネルギーは様々な形に変形できます。熱エネルギー、電気エネルギー、音エネルギー、位置エネルギー、運動エネルギーなど、これまでも様々なエネルギーが登場しました。アインシュタインは、質量もまた、エネルギーが変形できる1つの形態だと考えたのです。つまり、この式はそれまでの「質量とエネルギーは別個のもの」という概念を大きく変える、まさに革命的ともいえる内容なのです。

このことから、陽子と中性子がばらばらで存在するときよりも、まとまって原子核を構成しているときのほうが、エネルギーが「 Δmc^2 」だけ小さいことがわかります。逆を言えば、原子核をばらばらの核子にするためには、「 Δmc^2 」だけのエネルギーを与える必要があります。

この意味で、 Δmc^2 のことを といいます。

また、 Δm のことを といいます。

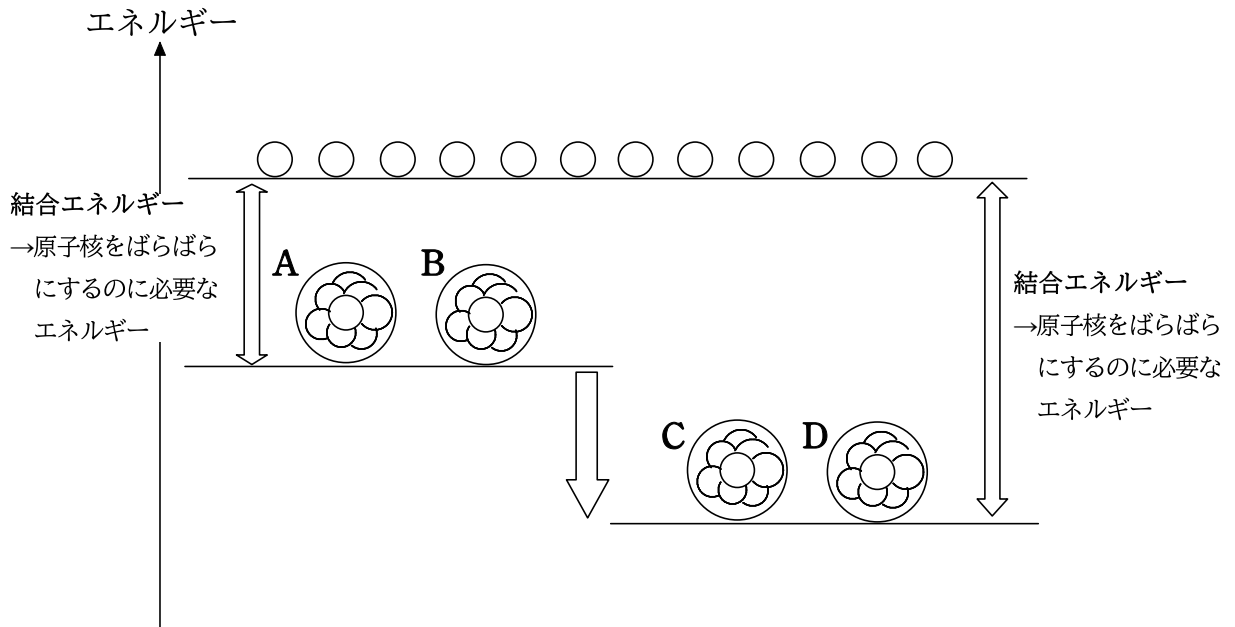
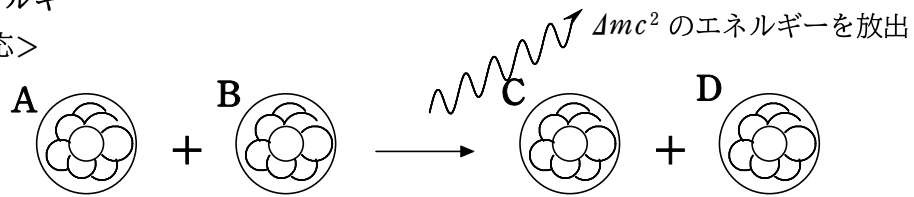


※「結合エネルギー」という名前だけど、「核子をばらばらの状態にするためのエネルギー」と考えた方が理解しやすいです。

※ Δm 自体はものすごく小さな量ですが、そこに光速の2乗をかけるため、ものすごく大きなエネルギーになります。たった1円玉5～6枚の質量で、石油40トン分もの発電量に匹敵します。

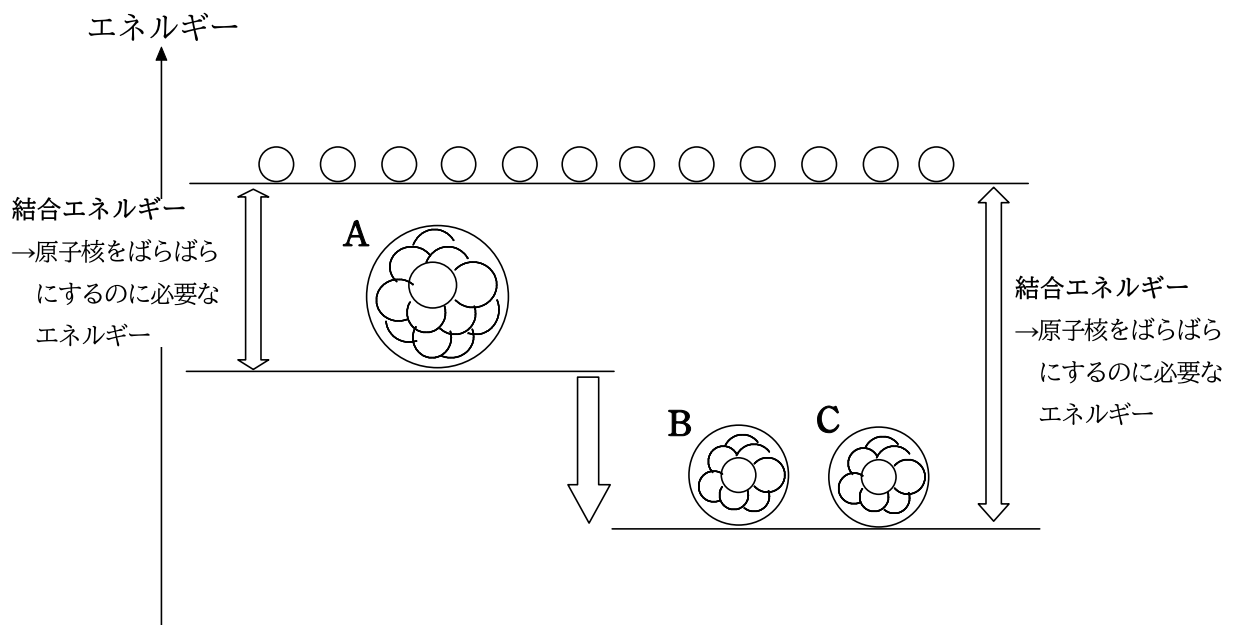
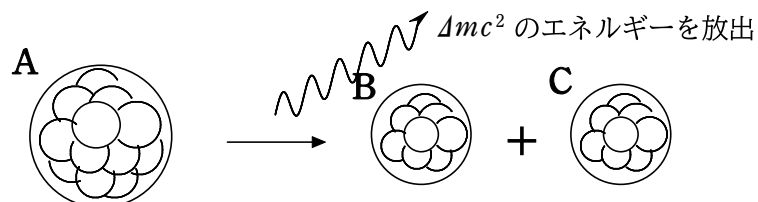
C 核エネルギー

<核反応>



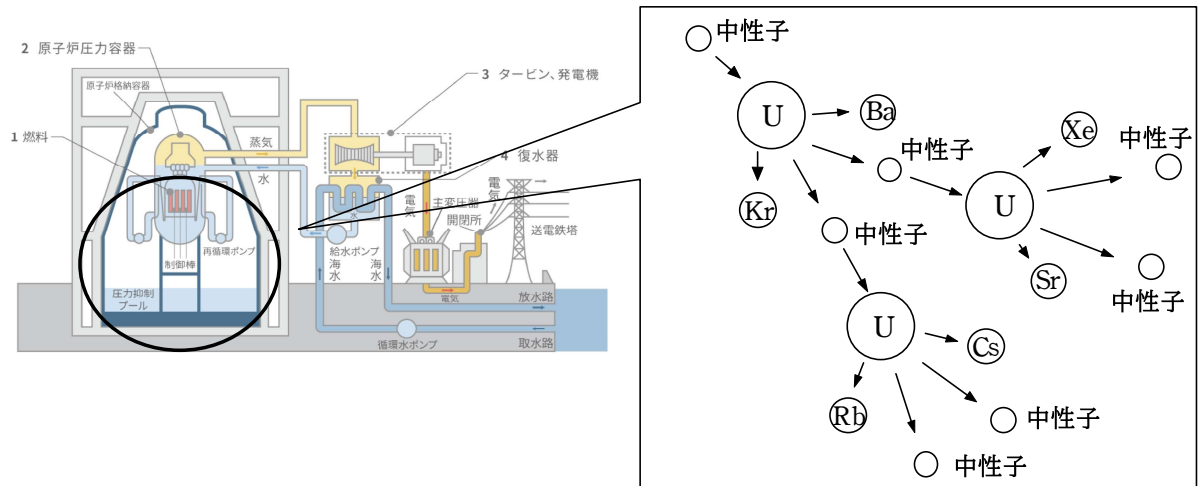
D 核分裂反応

<核反応>



E 原子力発電

原子力発電では、「ウラン」を燃料として核分裂を起こし、そのときの質量欠損分の莫大なエネルギーで水を温め、そこから生じる水蒸気でタービンを回し発電を行っています。ウランに中性子を当てると、核反応が起こり核分裂が起こりますが、その分裂のときに、また新たに中性子を放出するため、それが隣のウランの核分裂を誘発し、またそれが隣の...と続いていきます。これが一瞬で起こると、「原子爆弾」になってしまいます。そのため、「原子力発電」では、ゆっくり反応させるために「制御棒」を間に挟み、反応を制御しています。また、莫大な量の放射線もでるため、厳重な安全対策が必要不可欠になります。



中性子が $^{235}_{92}\text{U}$ に衝突すると、核分裂が起きる

↓

核分裂の際、質量欠損分のエネルギーが生じる

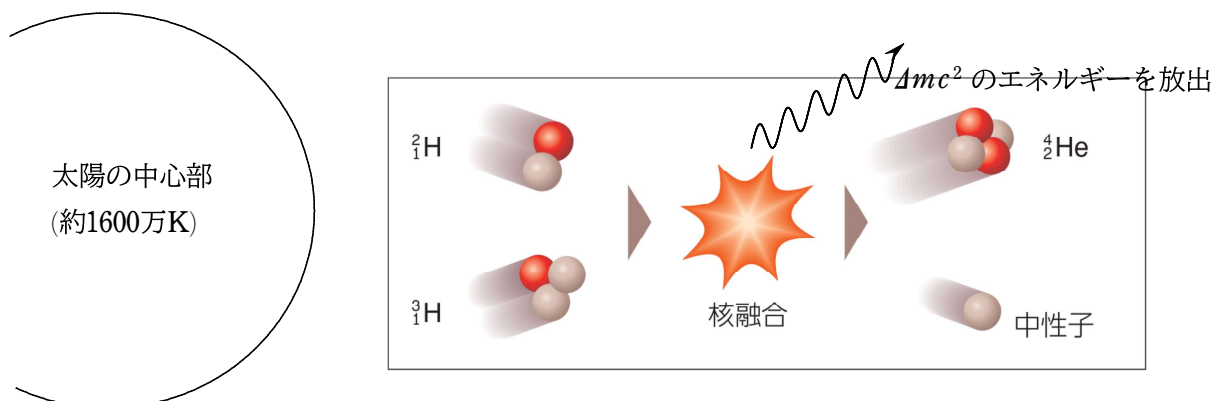
↓

さらにこのとき、2種類の原子と中性子とがとびだす

連鎖反応

F 核融合反応

太陽は、何をエネルギー源として燃えているのか知っていますか？太陽の約92%は水素でできています。その水素の燃焼によって燃えているのでしょうか？そうではありません。実は「核融合反応」による「核エネルギー」というもので燃えています。太陽の中心部では、温度が約1600万Kあり、そこでは4つの水素原子核が合体し、いくつかの段階を経て1個のヘリウム原子核が生成されています。このとき、やはり質量欠損が起きて、その分のエネルギーが放出されます。



問題演習(アウトプット) シャべる、質問する、説明する、動く、他者と協力する

- 1 ジョリオ・キュリー夫妻(フランス)は、 α 粒子を ${}^{27}_{13}\text{Al}$ に衝突させてリンの放射性同位体 ${}^{30}_{15}\text{P}$ をつくった。このときの核反応を式で表せ。

反応の前後で質量数の和と電気量の和は一定に保たれる。



- 2 ${}^4_2\text{He}$ 原子核の質量欠損は何 kg か。また、結合エネルギーは何 J か。ただし、真空中の光の速さは $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、陽子の質量は $1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 、中性子の質量は $1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 、 ${}^4_2\text{He}$ 原子核の質量は $6.646 \times 10^{-27} \text{ kg}$ とする。

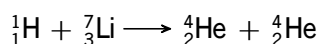
「 $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_0$ 」より

$$\begin{aligned}\Delta m &= 2 \times (1.673 \times 10^{-27}) + (4 - 2) \times (1.675 \times 10^{-27}) - (6.646 \times 10^{-27}) \\ &= 5.0 \times 10^{-29} \text{ kg}\end{aligned}$$

結合エネルギーは $E = \Delta mc^2$ で表されるから

$$\begin{aligned}E &= (5.0 \times 10^{-29}) \times (3.0 \times 10^8)^2 \\ &= 4.5 \times 10^{-12} \text{ J}\end{aligned}$$

- 3 次の核反応で放出されるエネルギー $E[\text{MeV}]$ を求めよ。



${}^1_1\text{H}$, ${}^7_3\text{Li}$, ${}^4_2\text{He}$ 原子核の質量をそれぞれ 1.0078 u , 7.0160 u , 4.0026 u 、真空中の光の速さを $3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、電気素量を $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、 $1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ とする。

【指針】 反応前後の質量の減少がエネルギーとして放出される。質量とエネルギーの単位に注意する ($1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$)。

【解答】 反応前後での質量の減少は

$$(1.0078 + 7.0160) - 4.0026 \times 2 = 0.0186 \text{ u}$$

「 $E = mc^2$ 」より

$$E = \{0.0186 \times (1.66 \times 10^{-27})\} \times (3.00 \times 10^8)^2 \text{ J}$$

$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = (1.60 \times 10^{-19}) \times 10^6 \text{ J}$ を用いて

$$E = \frac{\{0.0186 \times (1.66 \times 10^{-27})\} \times (3.00 \times 10^8)^2}{(1.60 \times 10^{-19}) \times 10^6} \doteq 17.4 \text{ MeV}$$

- 4 核融合反応 ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_1\text{H} + {}^1_1\text{H}$ において放出されるエネルギー $E[\text{MeV}]$ を求めよ。ただし、 ${}^2_1\text{H}$, ${}^3_1\text{H}$ の核子 1 個当たりの結合エネルギーは、それぞれ 1.1 MeV , 2.8 MeV である。

${}^2_1\text{H}$ の核子をばらばらにするのに必要なエネルギーは $1.1 \times 2 = 2.2 \text{ MeV}$ であるから、ばらばらのエネルギー状態を 0 MeV とすると、2 個の ${}^2_1\text{H}$ 原子核のエネルギー状態は、あわせて

$$-2.2 \times 2 = -4.4 \text{ MeV}$$

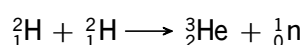
同様にして ${}^3_1\text{H}$ 原子核のエネルギー状態は

$$-2.8 \times 3 = -8.4 \text{ MeV}$$

したがって、この核融合反応で放出されるエネルギーは

$$(-4.4) - (-8.4) = 4.0 \text{ MeV}$$

- 5 2 つの重陽子による次の核融合反応について、以下の問いに答えよ。



- (1) この核融合反応 1 回における質量の減少は何 u か。原子核 ${}^2_1\text{H}$, ${}^3_2\text{He}$, 中性子 ${}^1_0\text{n}$ の質量を、それぞれ $2.0136 u$, $3.0149 u$, $1.0087 u$ とする。

- (2) (1) における質量の減少により放出されるエネルギーの大きさは何 J か。

$$1 u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}, \text{ 真空中の光の速さを } c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s} \text{ とする。}$$

- (3) この核融合反応を起こすには、2 つの重陽子を $r_0 = 4.0 \times 10^{-15} \text{ m}$ 程度の距離まで近づける必要がある。その距離における重陽子間の静電気力による位置エネルギー (無限に離れているときを基準にとる) は何 J か。クーロンの法則の比例定数を

$$k_0 = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2, \text{ 電気素量を } e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \text{ とする。}$$

- (1) 減少した質量を Δm とすると

$$\Delta m = 2.0136 \times 2 - (3.0149 + 1.0087) = 0.0036 u$$

- (2) $\Delta m = 0.0036 u = 0.0036 \times (1.66 \times 10^{-27}) \text{ kg}$ であるから、放出されるエネルギー

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

$$= 0.0036 \times (1.66 \times 10^{-27}) \times (3.0 \times 10^8)^2 \approx 5.4 \times 10^{-13} \text{ J}$$

- (3) 重陽子の電気量は電子の電気量の絶対値に等しい。また、無限遠方を位置エネルギーの基準にしたとき、重陽子どうしはともに正電荷で斥力を及ぼしあい、位置エネルギーは正である。したがって、静電気力による位置エネルギー $U[\text{J}]$ は

$$U = k_0 \frac{e^2}{r} = (9.0 \times 10^9) \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{4.0 \times 10^{-15}} = 5.76 \times 10^{-14} \approx 5.8 \times 10^{-14} \text{ J}$$

5 素粒子

A 自然の階層性と素粒子

物質を細かく見ていくと、

- 物質を構成しているものは、「原子や分子」であり、
- 原子を構成しているものは、「原子核と電子」であり、
- 原子核を構成しているものは、「陽子と中性子」となります。

この考えを「自然の階層性」といいます。しかし、実はさらにその下に位置する究極の粒子があることを知っていますか。それが「素粒子」です。例えば、陽子や中性子は、「クォーク」とよばれる素粒子で構成されています。

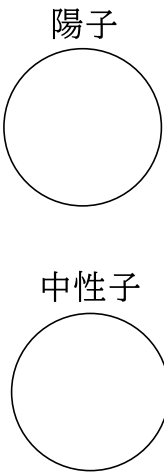
素粒子は全部で17種類あることが予言されています。これを説明すると何時間もかかるので、ここでは紹介だけにしておきます。(というか僕にもわかりません...)

- ・クォーク
- ・レプトン
- ・ゲージ粒子(力を伝達するもの) ※グラビトンは未発見
- ・ヒッグス粒子(質量を与えるもの)



B クォーク模型

	世代			電気量
	第1世代	第2世代	第3世代	
クォーク	アップ (u)	チャーム (c)	トップ (t)	$+\frac{2}{3}e$
	ダウン (d)	ストレンジ (s)	ボトム (b)	$-\frac{1}{3}e$
レプトン	電子 (e)	ミュー粒子 (μ)	タウ粒子 (τ)	$-e$
	電子ニュートリノ (ν _e)	ミューニュートリノ (ν _μ)	タウニュートリノ (ν _τ)	0



- 1 中性子は、アップクォーク u とダウルクォーク d の組合せで構成されている。電気素量を e とすると、u, d の電気量はそれぞれ $\frac{2}{3}e$, $-\frac{1}{3}e$ である。中性子を構成している u と d の数を求めよ。

解答 u:1個, d:2個

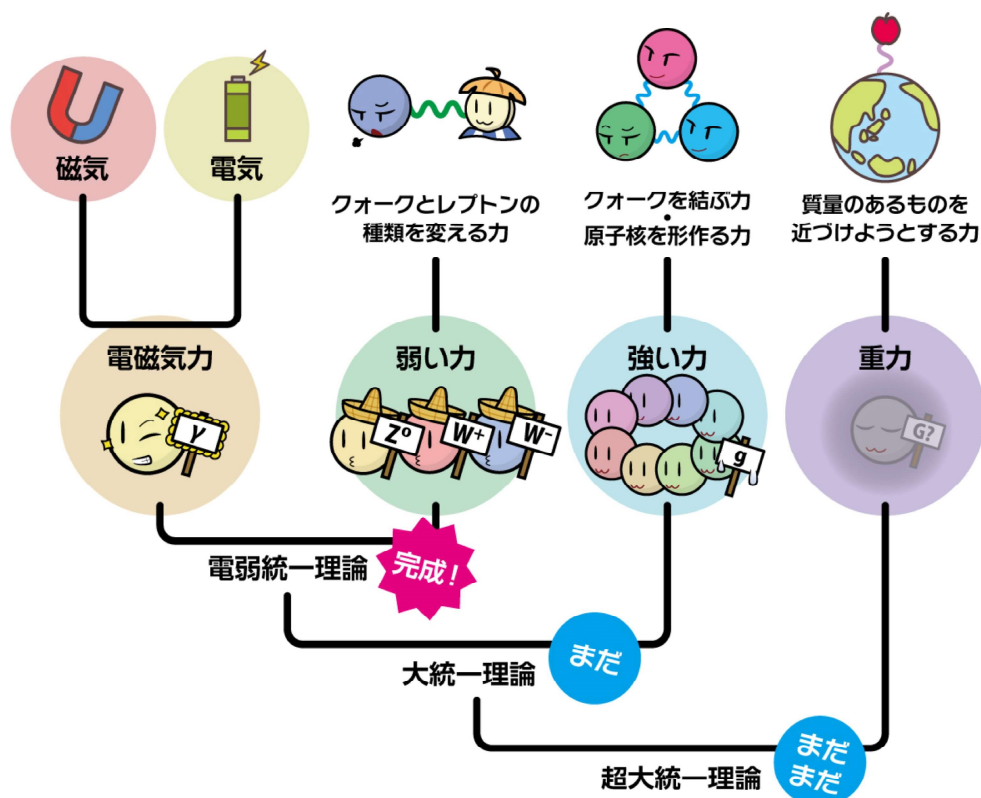
C 自然界に存在する4つの力

自然界には、大きく分けると

- ・重力(万有引力)
- ・電磁気力
- ・強い力(核力など)
- ・弱い力(β 崩壊時の力など)

の4種類の力があります。えっ？垂直抗力とか張力とか弾性力とかはないんですか？って疑問があるかもしれませんが、それらももとをたどれば原子分子でできているため、結局電磁気力に帰着します。これらの力は、「ゲージ粒子」とよばれる素粒子を媒介して伝わると考えられています。

さらにこの4つの力は、宇宙初期には1つだったと考えられていて、これを統一しようとする試みがなされています。それを「超大統一理論(超ひも理論)」と言います。最も小さな世界を研究しているのに、最終的には宇宙という最も壮大なスケールの研究に繋がるというのはとてもロマンを感じますね。



まさに今、大学などの機関で最先端の研究分野です。興味があればぜひ大学生になってから勉強してみてください。この中の一つでもわかればノーベル賞ですよ。



「不屈不撓の物理」