

【22 電子と光子】

- ・光子のエネルギー

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \text{ [J]}$$

- ・光電効果

$$K_0 = h\nu - W$$

- ・電子ボルト

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

- ・X線発生エネルギー関係式

$$eV = h\nu + Q$$

- ・X線の干渉(ブラッグの条件)

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (n=1,2,3\cdots)$$

- ・光子の運動量

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

- ・ド・ブロイ波長

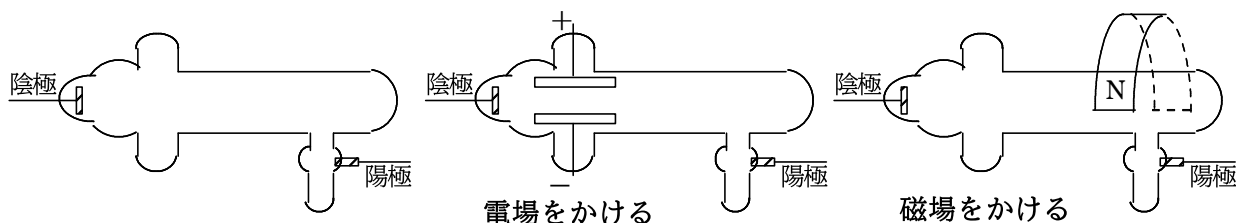
$$\lambda = \frac{h}{mv} \text{ [m]}$$

()年 ()科 ()組 ()番 名前()

第1章 電子と光

1 電子 A 放電 B 陰極線

19世紀の中ごろ、限りなく真空にした管の中に高電圧をかけると、明るい蛍光の線が見られることが知られていました。※これはまだ電子という存在が知られていないときのお話です。



電流の正体はどうやら負の電気を帯びているらしいことがわかり、陰極から出てくるこの線を「 」と名づけました。現在ではこの正体が「 」であることがわかっています。

C 電子の比電荷



陰極線はおそらく負の電気を帯びた粒子だ。
でもいったいどんな性質の粒子だろうか。
「比電荷」の値を求めることで調べてみよう。

J.J. トムソン

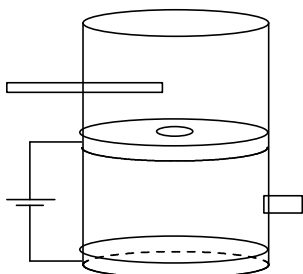
J.J. トムソンが調べた $\frac{e}{m}$ [C/kg] のことを「比電荷」といいます。陰極の物質によらずこの実験の結果は常に 1.8×10^{11} [C/kg] という値になり、すべての物質には「電子」と呼ばれるものが共通で含まれていることがわかりました。これが1897年のことです。

D 電気素量



電子というものが存在し、比電荷の値はわかった。しかし、電子の電気量はいくらであろうか。電気を帯びた油滴を用いて、力のつりあいから調べてみよう。

ミリカン



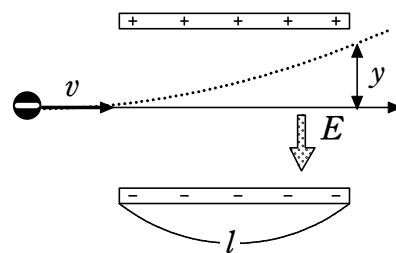
(i) 重力と静電気力がつりあう $=$... ①

(ii) 重力と空気抵抗がつりあう $=$... ②

①, ②より、

この実験を何回も繰り返した結果、全ての実験結果がとある数値の整数倍になっていることに気づきました。それが 1.6×10^{-19} [C] であり、この値を「電気素量」と名付けました。(1913年) さらにトムソンの結果とも合わせることで、電子の質量が 9.11×10^{-31} [kg] だとわかりました。

- 1 図のような、一様な電場 E [V/m] を加えた長さ l [m] の極板間の領域に、電子を速さ v [m/s] で電場に垂直に入射させたところ、電子の軌道は曲げられた。電子の電気量を $-e$ [C]、質量を m [kg] とする。



- (1) 電場内での電子の加速度の大きさ a [m/s²] を求めよ。
- (2) 電子が電場を通過する時間 t [s] を求めよ。電子は極板に当たることなく電場を通過するものとする。
- (3) 電子が電場を通過する間に、電場と平行な方向に距離 y [m] だけずれたとする。電子の比電荷 $\frac{e}{m}$ を、 E , v , l , y を用いて表せ。
- (4) $l = 5.0 \times 10^{-2}$ m, $E = 6.0 \times 10^4$ V/m, $v = 5.0 \times 10^7$ m/s の条件で実験を行い、 $y = 5.4 \times 10^{-3}$ m の結果が得られた。比電荷の値を求めよ。

【指針】 電子は放物運動をする。電場に垂直な方向(入射方向)には等速直線運動、電場に平行な方向には等加速度直線運動をする。

【解答】 (1) 電子は大きさ eE [N] の静電気力を受ける。電子の運動方程式より

$$ma = eE \quad \text{よって} \quad a = \frac{eE}{m} \text{ [m/s}^2\text{]} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

- (2) 電子は、電場に垂直な方向には等速直線運動をするので

$$l = vt \quad \text{よって} \quad t = \frac{l}{v} \text{ [s]} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

- (3) 電子が電場を通過する間に、電場に平行な方向には等加速度直線運動をする。①,

② 式の結果を用いて

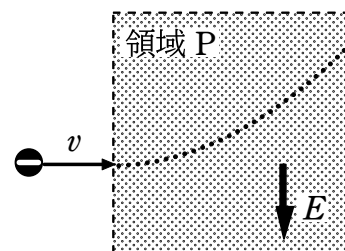
$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times \frac{eE}{m} \times \left(\frac{l}{v}\right)^2$$

$$\text{これを } \frac{e}{m} \text{ について解くと } \frac{e}{m} = \frac{2v^2y}{El^2} \text{ [C/kg]}$$

- (4) (3) の結果に、与えられた数値を代入する。

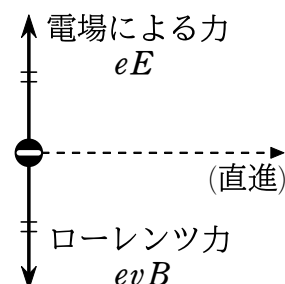
$$\frac{e}{m} = \frac{2 \times (5.0 \times 10^7)^2 \times (5.4 \times 10^{-3})}{(6.0 \times 10^4) \times (5.0 \times 10^{-2})^2} = 1.8 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

- 2 図のように、下向きの一様な電場 $E[\text{V/m}]$ が加わる領域 P に、電子を速さ $v[\text{m/s}]$ で電場に垂直に入射させたところ、電子は軌道を曲げられ、紙面内を運動した。さらに、領域 P 内に一様な磁場を加え、磁束密度 $B[\text{T}]$ の値を調整したところ、同様に入射させた電子は領域 P 内を直進するようになった。



- (1) 加えた磁場の向きを答えよ。
- (2) $v[\text{m/s}]$ を、 E , B を用いて表せ。

- (1) 電子が電場から受ける力は上向きである。したがって、これとつりあう下向きの力が加われば、電子は直進する。右向きに進む電子が、下向きに力を受けるためには、磁場は紙面に垂直で表から裏の向きでなければならない。
- (2) (1) の向きに磁場を加えると、電場による力 $eE[\text{N}]$ とローレンツ力 $evB[\text{N}]$ がつりあうとき、電子は直進する。



よって $eE - evB = 0$ ゆえに $v = \frac{E}{B} [\text{m/s}]$

- 3 ミリカンの実験で、いろいろな油滴の電気量の大きさ $q[\text{C}]$ を測定し、13.1, 9.7, 8.1, 6.4, 3.2 (単位は 10^{-19}C) の値を得た。 $q[\text{C}]$ は電気素量 $e[\text{C}]$ の整数倍であると仮定し、 $e[\text{C}]$ を有効数字 2 桁で求めよ。

【指針】 大きさの順で隣りあう 2 つの測定値の差は、 e の整数倍に相当する。

【解答】 測定値の差をとると、3.4, 1.6, 1.7, 3.2 ($\times 10^{-19} \text{C}$) となるので、 e の値はほぼ $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ と考えられる。したがって、各測定値は $8e$, $6e$, $5e$, $4e$, $2e$ としてよい。測定値の和を $8+6+5+4+2$ でわると、 e が求められる。

$$e = \frac{(13.1 + 9.7 + 8.1 + 6.4 + 3.2) \times 10^{-19}}{8 + 6 + 5 + 4 + 2} \doteq 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$$

- 4 ミリカンの実験で、5 個の油滴の電気量の大きさを求めたところ、次の数値を得た。この結果から、電気素量 $e[\text{C}]$ を有効数字 3 桁で求めよ。

$$1.66, 4.74, 6.39, 8.03, 11.22 \quad (\times 10^{-19} \text{C})$$

測定値の差をとると、3.08, 1.65, 1.64, 3.19 ($\times 10^{-19} \text{C}$) となるので、 e の値はほぼ $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ と考えられる。したがって、各測定値は e , $3e$, $4e$, $5e$, $7e$ としてよい。

$$(1.66 + 4.74 + 6.39 + 8.03 + 11.22) \times 10^{-19} = 20e$$

よって $e = \frac{32.04 \times 10^{-19}}{20} \doteq 1.60 \times 10^{-19} \text{C}$

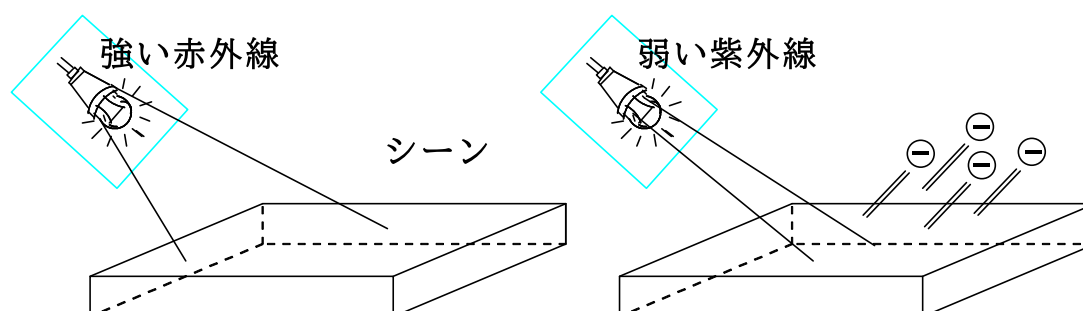
2 光の粒子性

A 光量子仮説

今日まで皆さんが習ってきた物理は、19世紀以前の物理学者たちが考えてきた法則をベースに組み立てられています。力学、熱力学、波動、電磁気学の4分野です。それらはこの世界において矛盾なく成り立っているのです、まがいもなく正しいのです。

けれども20世紀の初め頃、当時の物理学ではどうしても説明できない現象が発見されました。それが『光電効果』という現象です。簡単に説明すると、「金属に光を当てると電子が飛び出してくる」という現象です。

これのなにが悩ませたかとうい、**「強い赤外線を出しても全く電子が飛び出してくる」のに、
「弱い紫外線を出ただけで電子が飛び出してくる」**という実験結果です。



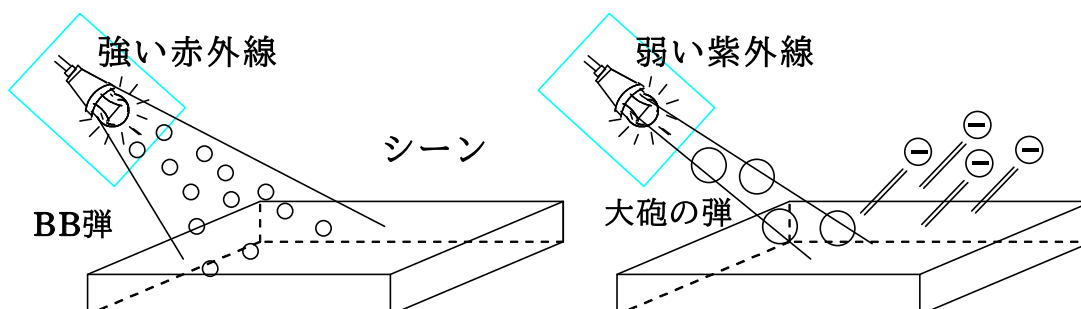
当時は、波のエネルギーが電子を揺さぶって、勢いづいた電子が飛び出してくるものだと考えられていました。それだと強い波ほど電子が出てくるはずですよね。でも違ったわけです。これは誰も説明することができませんでした。しかし20世紀には一人の超天才が誕生していたのです。それが、かの有名なアルベルト・アインシュタインです。アインシュタインは言いました。『光は粒子である』と。そう、実はこれ光を「波」として考えるからうまく説明できず、光が「粒子」であるとするとうまく説明することができます。

【光子のエネルギー】

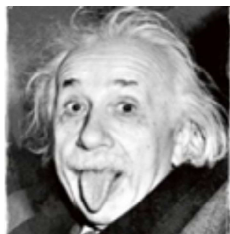
$$E = h\nu$$

$h \dots$ プランク定数 $6.63 \times 10^{-34} [\text{J}\cdot\text{s}]$

1個1個が $E = h\nu$ というエネルギーをもつ粒子なんです。これを光量子仮説といいます。つまり、どんなに強い波でも、1個1個のエネルギーが小さい(周波数が低い)と、いくらたくさん当たっても電子は動きません。しかし、弱い波でも、1個1個のエネルギーが大きい(周波数が高い)と、ドカッと当たるので電子は動きます。



ただ、ここで勘違いしないでほしいのは光はやっぱり「波」なんです。それは干渉する、つまり強め合ったり弱めあったりするの、波であることは間違いないんです。と同時に粒子でもあるのです。何を言っているのかわからないかもしれませんが、光は「波」であり「粒子」でもあるのです。粒子が波として伝わるんじゃなくて、あるときは波のふるまいを見せ、あるときは粒子のふるまいを見せるのです。両方の状態を同時に見ることはできません。

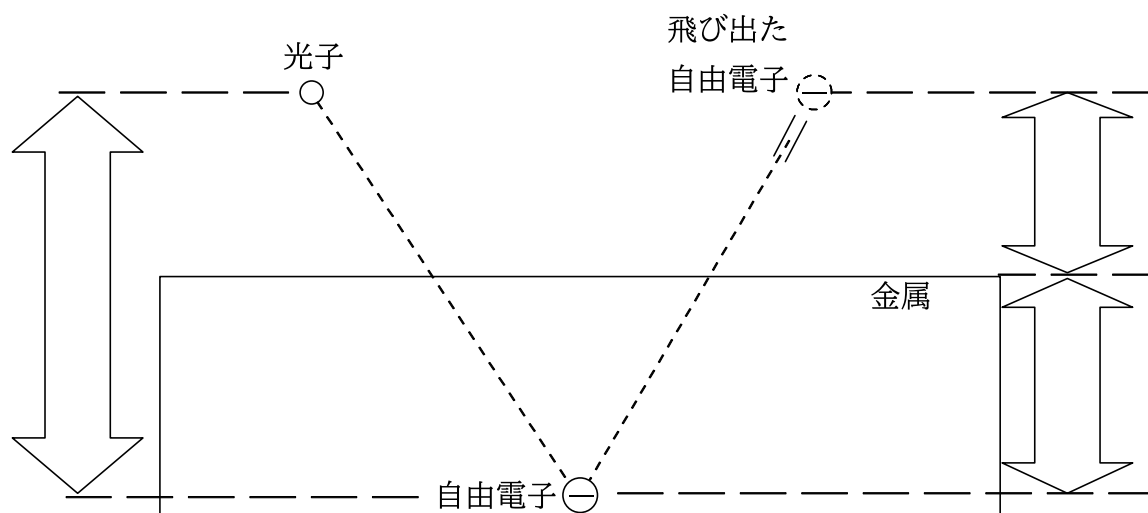


光は波でもあり粒子でもある

アインシュタイン

今までの物理を習ってきた皆さんは、戸惑うでしょうが、私たちよりもずっと小さなミクロな世界では、波でもあり粒子でもあるという不可思議な現象が日常茶飯事で起きています。これを量子力学といいます。

アインシュタインは1905年に3つの論文「ブラウン運動の原理」「光量子説」「特殊相対性理論」を発表し、この「光量子説」で1921年にノーベル物理学賞を受賞しました。



【光電効果】

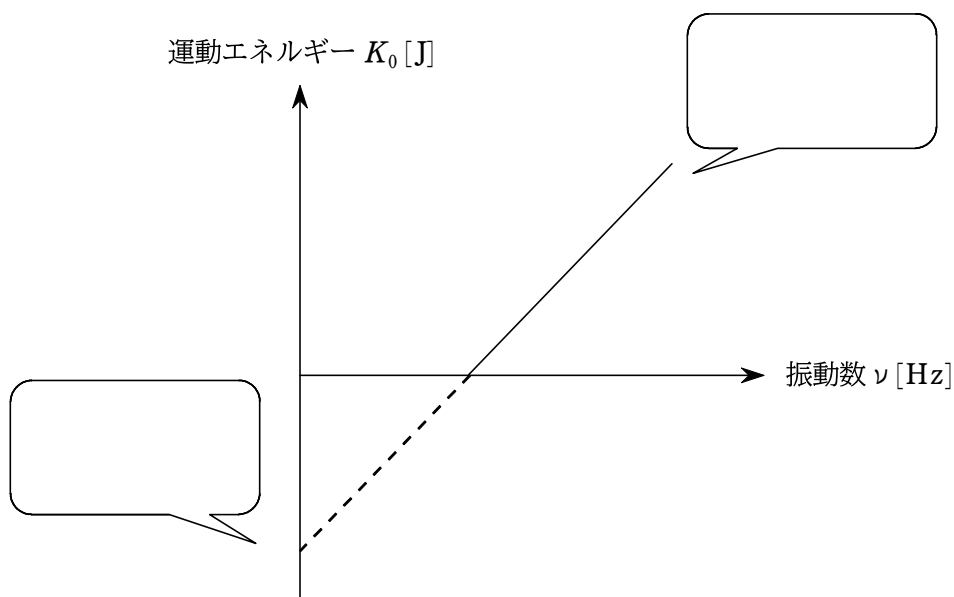
仕事関数 W とは、自由電子が金属から脱出するために必要なエネルギーのことです。そのため、この式を一番理解しやすいたとえは、ディズニーランドなのではないでしょうか。光子の持つエネルギーを親からもらうおこづかいだとします。そして、仕事関数は入場料です。そうすると、親から1万円をもらい、入場料として6千円を支払うと、残りの4千円で遊ぶことができます。その自由に使えるお金こそが金属から脱出したあとの運動エネルギー K_0 というわけです。ただし、入場さえすればいいという場合には、遊ぶお金が必要ないため、ギリギリのおこづかい、つまり最低限のエネルギー(振動数)でもいいわけです。それが限界振動数となります。

B、光電効果

光電効果には次のような特徴があります。

- ① 当てる光の振動数がある値 ν_0 [Hz] より小さいと、光を強くしても光電子は飛び出さない。この ν_0 [Hz] を限界振動数、そのときの波長を限界波長という。 ν_0 [Hz] は金属の種類によって決まる固有の値である。
- ② 光の振動数が ν_0 [Hz] より大きいと、光が弱くても光電子が飛び出す。
- ③ 飛び出した光電子の運動エネルギーの最大値 K_0 [J] は、光の振動数によって変化する。
- ④ 振動数が一定のまま光を強くしていくと、それに比例して光電子の数は増えるが、 K_0 [J] は変わらない。

【光電効果のグラフ】



C 電子ボルト (エレクトロンボルト)

電子や光子のエネルギーは非常に小さいので、扱いやすい単位を新しく設定します。その名も「電子ボルト」です。[eV] はエレクトロンボルトと読みます。

【電子ボルト】

- 1 振動数が 5.0×10^{14} Hz の光の光子 1 個がもつエネルギーは何 J か。プランク定数を 6.6×10^{-34} J・s とする。

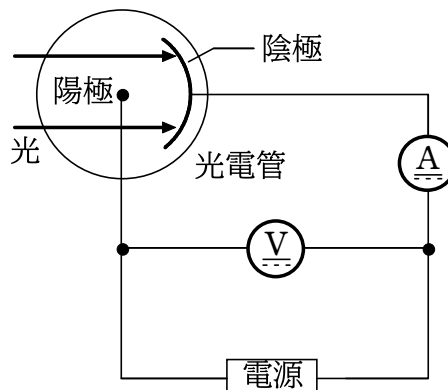
$$「E = h\nu」より \quad E = (6.6 \times 10^{-34}) \times (5.0 \times 10^{14}) = 3.3 \times 10^{-19} \text{ J}$$

- 2 仕事関数 2.9×10^{-19} J の金属に、光子のエネルギーが 6.0×10^{-19} J の紫外線を当てたとき、飛び出してくる光電子の運動エネルギーの最大値は何 J か。

光子のエネルギー $h\nu$ から、仕事関数 W を引いた残りが、光電子の運動エネルギーの最大値 K_0 になる。すなわち、「 $K_0 = h\nu - W$ 」より

$$K_0 = (6.0 \times 10^{-19}) - (2.9 \times 10^{-19}) = 3.1 \times 10^{-19} \text{ J}$$

- 3 光電管に振動数 8.0×10^{14} Hz の光を当てながら、陰極に対する陽極の電位 V [V] を変化させる。 V を 0 から下げていき、 $V = -1.5$ V となったとき、光電流は 0 になった。
プランク定数を 6.6×10^{-34} J・s、電気素量を 1.6×10^{-19} C とする。



- (1) 光電管に当てた光の光子 1 個がもつエネルギー E [J] を求めよ。
- (2) 陰極から飛び出す光電子の運動エネルギーの最大値 K_0 [J] を求めよ。
- (3) 陰極の金属の仕事関数 W [J] を求めよ。
- (4) この光電管を用いて光電効果を生じさせるためには、当てる光の振動数は ν_0 [Hz] より大きくななければならない。 ν_0 を求めよ。

指針 $V = -1.5$ V となったとき、陰極から飛び出した光電子は陽極に到達できなくなる。

解答 (1) 光子のエネルギーの式「 $E = h\nu$ 」より

$$E = (6.6 \times 10^{-34}) \times (8.0 \times 10^{14}) = 5.28 \times 10^{-19} \approx 5.3 \times 10^{-19} \text{ J}$$

- (2) 陰極から飛び出す光電子は、阻止電圧 ($V_0 = 1.5$ V) によって、運動エネルギーをすべて失う。したがって $K_0 = eV_0 = (1.6 \times 10^{-19}) \times 1.5 = 2.4 \times 10^{-19}$ J

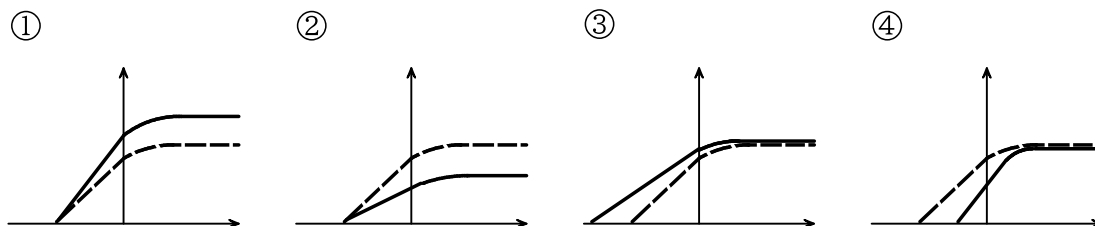
- (3) 「 $K_0 = h\nu - W$ 」より

$$W = h\nu - K_0 = (5.28 \times 10^{-19}) - (2.4 \times 10^{-19}) \approx 2.9 \times 10^{-19} \text{ J}$$

- (4) ν_0 (限界振動数) では、光子のエネルギーはすべて仕事関数として使われるので、

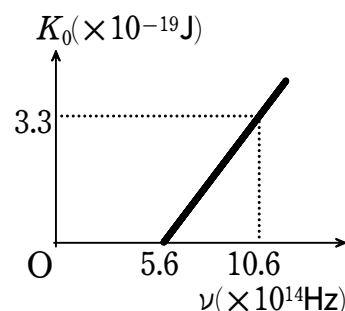
$$「W = h\nu_0」より \quad \nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{2.9 \times 10^{-19}}{6.6 \times 10^{-34}} \approx 4.4 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

- 4 光電効果の実験で、光電管に当てる光を強くしたとき(振動数は一定)、陽極の電位(横軸)と光電流(縦軸)の関係を示すグラフとして最も適当なものを、①～④(破線は変化前)の中から選べ。



陰極から出た光電子がすべて陽極に達するとき、光電流は最大となる。この光電流の最大値は当てる光の強さに関係し、光を強くすると大きくなる。つまり、光を強くすると、光電流が大きくなる。また、光の強さを変えても振動数を変えなければ、光子1個が電子1個に与えるエネルギーは変化しないため、阻止電圧は変わらないので、グラフの横軸との交点は変わらない。
したがって③。

- 5 ある金属にさまざまな振動数の単色光を当て、飛び出してくる光電子の運動エネルギーの最大値を測定したところ、振動数 ν [Hz] と運動エネルギーの最大値 K_0 [J] の間に、図のような関係を得た。



- (1) プランク定数 h [J・s] を求めよ。
- (2) 金属の仕事関数 W [J] を求めよ。

- (1) グラフ上の2点を「 $K_0 = h\nu - W$ 」に代入して

$$0 = h \times (5.6 \times 10^{14}) - W \quad \dots\dots ①$$

$$3.3 \times 10^{-19} = h \times (10.6 \times 10^{14}) - W \quad \dots\dots ②$$

- ②式－①式より

$$3.3 \times 10^{-19} = h \times (5.0 \times 10^{14})$$

$$\text{よって } h = \frac{3.3 \times 10^{-19}}{5.0 \times 10^{14}} = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

- (2) ①式より

$$W = (6.6 \times 10^{-34}) \times (5.6 \times 10^{14}) \div 3.7 \times 10^{-19} \text{ J}$$

- 6 真空中において2.0 Vの電圧で加速したときに電子が得るエネルギーは何 eV か。それは何 J か。電気素量を $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ とする。

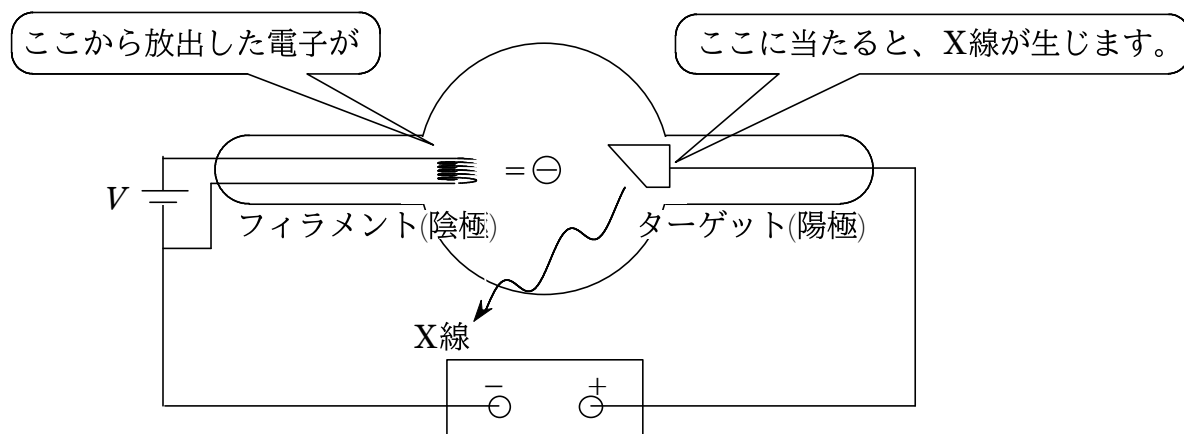
2.0 Vの電圧で加速したときに電子が得るエネルギーは、定義により **2.0 eV** である。
 $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ より $2.0 \times (1.6 \times 10^{-19}) = 3.2 \times 10^{-19} \text{ J}$

3 X線

A X線

19世紀末、レントゲンは真空放電管の実験中に放電管から正体不明の放射線が出ることを発見しました。それを謎の波「**X線**」と名付けました。

B X線の発生

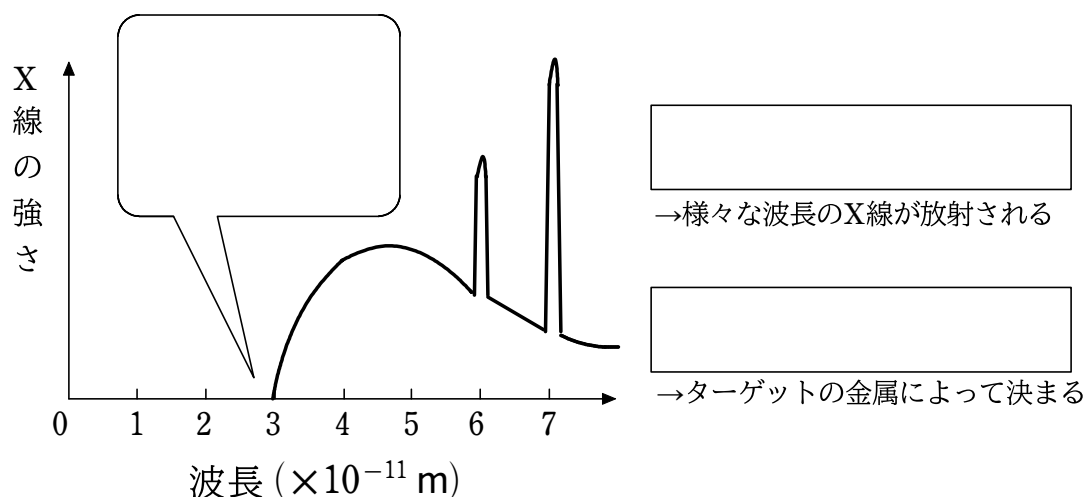


$V[V]$ で加速した電子の持つエネルギーは、「 eV 」です。その加速された電子がターゲットと呼ばれる金属に当たるとX線が出ます。X線も光子なので、 $E = h\nu$ というエネルギーをもちます。 $eV[J]$ のうち、いくらかがX線の $h\nu[J]$ になり、残りが熱 $Q[J]$ となります。

【X線の発生】

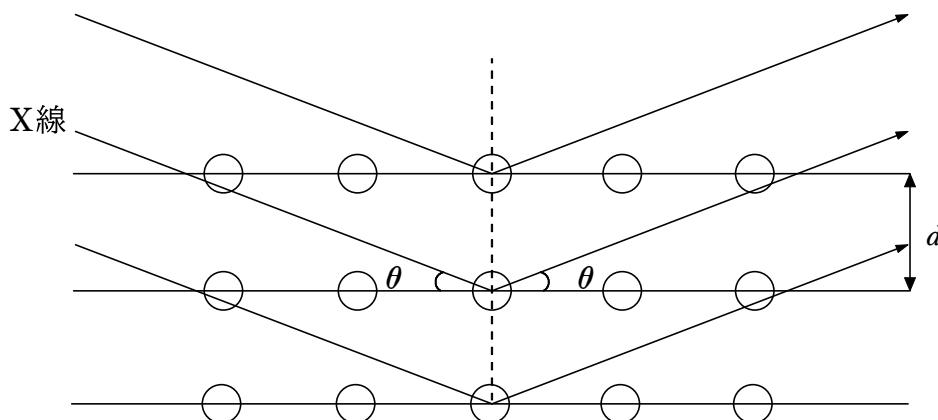
$$eV = h\nu + Q$$

ここで電子のエネルギーが全部X線のエネルギーになるときを考えましょう。つまり熱が $Q = 0$ になるときです。そのときX線の振動数は最大になりますよね。また $c = \nu\lambda$ より、振動数 ν が最大するとき、波長 λ は最小になります。つまり電子のエネルギーが全てX線光子のエネルギーに変換された場合、最も短い波長のX線が出てきます。それが下のグラフの左端になります。これを最短波長と言います。



C X線の波動性とブラッグの条件

X線は粒子と言いましたが、やはり波なので、光と同様に干渉の現象を起こします。しかし、X線の波長は光の波長よりもはるかに短いので、ヤングのスリット程度では間隔が広すぎて干渉は起こせません。(干渉を起こすためには波長1,2個程度の経路差が作れないといけないため。) そこで使うのが食塩などの結晶構造です。X線の波長とちょうど同程度なので回折格子のようなはたらきをしてくれます。天然のスリットですね。



結晶内部では原子が規則正しく並んでいて、これらの原子配列により構成された面（格子面）が、平行にいくつも重なっています。これに図のように θ だけ傾いた方向からX線を入射させると、それが格子面によって反射される方向は反射の法則に従います。ただこの場合、鏡による普通の反射と違う点は、隣り合う面での反射X線が経路差を持つことになり、たがいに「」するので、入射方向の θ の変化とともに反射X線の強さも変化するという事です。いま d を格子間の距離、 λ を波長とすれば、この経路差は、「」となるので、強め合いの条件は、次のようになります。

【ブラッグの条件】

($n=1, 2, 3, \dots$)

D、X線の粒子性とコンプトン効果

光子も運動量を持ちます。ただし、力学のように mv ではありません。(光子には質量がないので。) 光子のエネルギー $h\nu$ を光速 c で割った値を光子の運動量といいます。この式のちゃんとした導出には高度な物理の知識(相対性理論)が必要なため、残念ですが今は覚えるしかありません。

【光子の運動量】

※アインシュタインが提唱

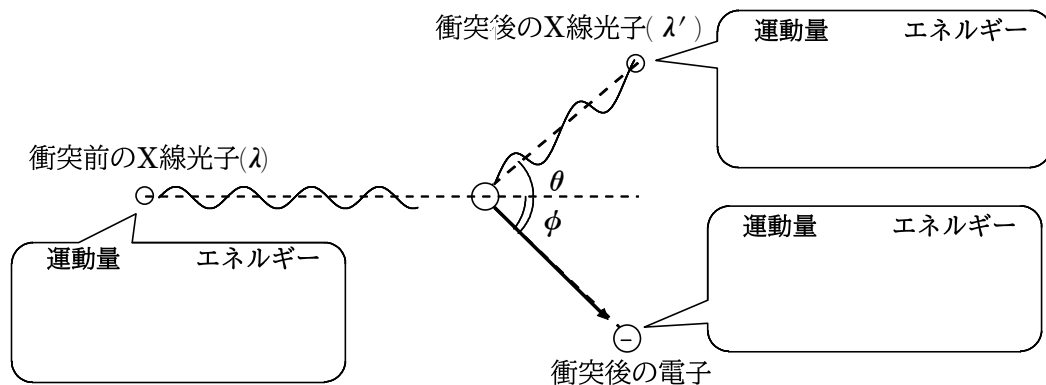
波長 λ のX線を、静止している質量 m の電子にあてると、下図のように電子がはじき飛ばされ散乱X線が生じます。その散乱X線は、もとのX線に比べて波長が長くなることが発見されていました。X線を波動と考えていた当時の物理学では理解することができませんでしたが、光電効果同様、X線も粒子とみなすことでこの問題を解決することができました。これをコンプトン効果と言います。

$E = h\nu$ より

$E =$

$p = \frac{h\nu}{c}$ より

$p =$



X線と電子の衝突は弾性衝突とみなせるので、運動量とエネルギーが保存されます。

x 軸方向の運動量保存則：

... ①

y 軸方向の運動量保存則：

... ②

エネルギー保存則

：

... ③

①、②の式を θ を含む項だけ左辺に持ってきて、残りを右辺に持っていきます。

式変形した①、②を辺々2乗しつつ①+②をして、 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ をうまく使います。

ここで、③の式を $m^2v^2 =$ という形に変形します。

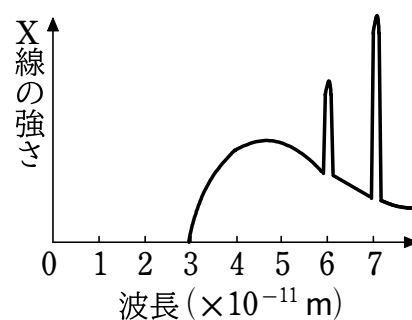
これと先ほど①と②から作った式を結び付けて、

この両辺に $\frac{\lambda\lambda'}{2mhc}$ をかけると、

ここで $\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} \doteq 2$ という近似式を使うと、

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$$

- 1 図は、X 線管で発生させた X 線の強さと波長の関係を表すグラフである。X 線管の加速電圧 $V[\text{V}]$ を求めよ。プランク定数を $h=6.6\times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 、真空中の光の速さを $c=3.0\times 10^8 \text{ m/s}$ 、電気素量を $e=1.6\times 10^{-19} \text{ C}$ とする。



【指針】 加速電圧 V によって電子が得たエネルギー eV が、すべて X 線光子のエネルギー

$$E=\frac{hc}{\lambda} \text{ になるとき、その X 線の波長は最短となる。}$$

【解答】 X 線の最短波長を $\lambda_0[\text{m}]$ とおくと

$$eV=\frac{hc}{\lambda_0} \quad \text{よって} \quad V=\frac{hc}{e\lambda_0}$$

図より、X 線の最短波長は $\lambda_0=3.0\times 10^{-11} \text{ m}$ なので

$$V=\frac{(6.6\times 10^{-34})\times(3.0\times 10^8)}{(1.6\times 10^{-19})\times(3.0\times 10^{-11})} \div 4.1\times 10^4 \text{ V}$$

- 2 X線管の金属電極間に $2.2\times 10^4 \text{ V}$ の加速電圧を加えた。

- (1) 発生する X 線の最短波長は何 m か。プランク定数を $6.6\times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 、真空中の光の速さを $3.0\times 10^8 \text{ m/s}$ 、電気素量を $1.6\times 10^{-19} \text{ C}$ とする。
- (2) 加速電圧を 2 倍にすると、最短波長は何 m になるか。

- (1) 「 $eV=\frac{hc}{\lambda_0}$ 」より、最短波長は

$$\lambda_0=\frac{hc}{eV}=\frac{(6.6\times 10^{-34})\times(3.0\times 10^8)}{(1.6\times 10^{-19})\times(2.2\times 10^4)} \div 5.6\times 10^{-11} \text{ m}$$

- (2) 「 $\lambda_0=\frac{hc}{eV}$ 」より、加速電圧 V を 2 倍にすると、最短波長 λ_0 は $\frac{1}{2}$ 倍となる。

$$\text{よって} \quad (5.6\times 10^{-11})\times\frac{1}{2}=2.8\times 10^{-11} \text{ m}$$

- 3 波長 $3.0 \times 10^{-10} \text{ m}$ の X 線を結晶面に照射した。照射方向を初め結晶面に平行にし、しだいに傾けていったところ、照射方向と結晶面のなす角が 30° のとき、最初に強く反射した。反射を生じた原子配列面の間隔は何 m か。

「 $2d \sin \theta = n\lambda$ ($n=1, 2, 3, \dots$)」で、 $\theta=30^\circ$ 、 $n=1$ 、 $\lambda=3.0 \times 10^{-10} \text{ m}$ とおくと

$$2d \sin 30^\circ = 1 \times (3.0 \times 10^{-10})$$

よって $d = 3.0 \times 10^{-10} \text{ m}$

- 4 ある X 線光子が $6.0 \times 10^{-16} \text{ J}$ のエネルギーをもち、右向きに進んでいるとする。この X 線光子の運動量はどの向きに何 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ か。真空中の光の速さを $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ とする。

この X 線光子のエネルギーは、「 $E = h\nu$ 」より

$$h\nu = 6.0 \times 10^{-16} \text{ J}$$

X 線光子の運動量は、「 $p = \frac{h\nu}{c}$ 」より

$$p = \frac{6.0 \times 10^{-16}}{3.0 \times 10^8} = 2.0 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

X 線光子は右向きに進んでいるので、運動量の向きは右向き。

4 粒子の波動性

A、物質波

今まで波だと信じられてきたものが、実は粒子でもあるということが20世紀に判明してきました。光やX線は波動性と粒子性を併せて持ちます。これを「粒子と波動の二重性」と呼びます。アインシュタインらがこれを発表したことで、当時の物理学者の間に衝撃が走りました。それに影響を受けた一人にド・ブロイという人がいます。ド・ブロイは考えました。

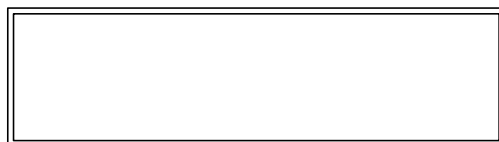


ド・ブロイ

今まで波だと思っていたものが、実は粒子でもあったというのは、本当に驚きだ。小さい世界は奥が深い。
いやまてよ。もしかして、逆に粒子だと考えられてきたものは、実は波の性質も持ち合わせるのではないだろうか。

そこでド・ブロイは、逆に、ふつうは「粒子」と考えている電子なども、実は「波」なのではないかと考えました。質量 m [kg]、速さ v [m/s]で $p = mv$ の運動量をもつ粒子は、次のド・ブロイ波長の波でもあることを提唱しました。

【ド・ブロイ波長】

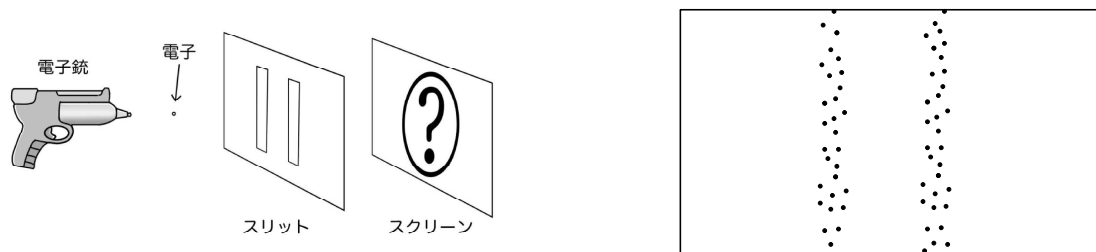


このように、物質としての粒子が波動としてふるまうときの波を「物質波」と言います。特にそれが電子の場合は「電子波」といいます。化学や物理で習ってきた電子は粒子の姿のみでしたが、実は波でもあるんですね。

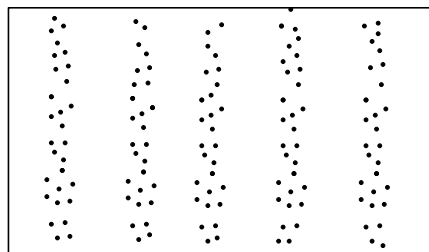
B、電子線の干渉・回折

電子って本当に波なのか？ ヤングの実験みたいに干渉を起こさせてみよう、と当時の物理学者たちは思いました。電子が1発ずつ飛び出してくる装置から2重スリットにむけて電子を放ちます。スクリーンにどのような模様ができるか確認してみました。

電子が粒ならこのような模様になるはずですが、砂粒などを思い浮かべればわかると思います。



しかし、実験結果はこのように干渉縞が見られました。この模様は電子が粒子であった場合は不可能ですね。波でないと無理です。この結果により、電子が波の性質も持つということが裏付けられました。



C、不確定性原理

電子などの微視的な粒子は、これまで学んだ力学ではなく「量子力学」と呼ばれる自然法則に支配され、位置と波長など関連した2つの量を同時に決めることはできません。これを「不確定性原理」といいます。(1927年 ハイゼンベルグ) 簡単に言うと、粒子性が強くあらわれるときは、どんな波なのかわからないんです。逆に、波動性が強くあらわれるときは、どこにいるのかわからないんです。

粒子性が強いとき



ここにいるんだ！でもどんな波？

波動性が強いとき



こういう波長か！でもどこにいる？

しかももっと不思議なのは、僕らが観測しているとき、電子は、ある1点にちゃんと存在しているんですが、観測していないときは波の状態でふわーと存在しているので、いろんな場所にいるんです。でも、見たらちゃんと1点にいるんです。つまり僕らの「観測する」という行為が、ミクロな世界に影響を与えてしまうんです。逆に、見ていないときは絶対に電子の居場所を特定できません。というかどこにでもいるんですよ。波だから。あそこにいる確率、ここにいる確率という情報しか得ることができません。不思議だよね。今までちゃんと物理をやってきた人にとっては、量子力学のこれが肌に合わないんですよ。

量子力学の不思議さを物語る2重スリット実験

何も気にせず暗闇で実験すると 波動として振舞う	波になる瞬間を見てやろうとすると なぜか粒子として振舞う
---------------------------------------	--

- 1 速さ 1.0×10^7 m/s の電子の電子波の波長は何 m か。また、速さ 20 m/s の野球ボール (質量 0.15 kg) に対して物質波を考えると、その波長は何 m か。プランク定数を 6.6×10^{-34} J・s, 電子の質量を 9.1×10^{-31} kg とする。

$$\text{電子波の波長 } \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{(9.1 \times 10^{-31}) \times (1.0 \times 10^7)} \approx 7.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

野球のボールの場合も同様にして

$$\frac{6.6 \times 10^{-34}}{0.15 \times 20} = 2.2 \times 10^{-34} \text{ m}$$

- 2 真空中において、電子 (質量 m [kg], 電気量 $-e$ [C]) を電圧 V [V] で加速した。このときの電子波の波長 λ [m] を求めよ。プランク定数を h [J・s] とする。

【指針】 電子波の波長 λ は「 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ 」の式から求められる。

【解答】 加速された電子の速さを v [m/s] とすると、電子の運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \quad \text{よって} \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

$$\left[\lambda = \frac{h}{mv} \right] \text{より} \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \text{ [m]}$$

- 3 真空中において、電子を電圧 45.5 V で加速した。
このときの電子波の波長 λ [m] を求めよ。プランク定数を 6.6×10^{-34} J・s, 電子の質量を 9.1×10^{-31} kg, 電気素量を 1.6×10^{-19} C とする。

V [V] で加速された電子 (質量 m [kg]) の速さを v [m/s], 電気素量を e [C] とすると

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \quad \text{よって} \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

$$\left[\lambda = \frac{h}{mv} \right] \text{より}$$

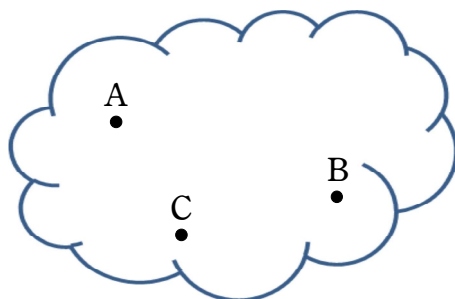
$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2meV}} \\ &= \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times (9.1 \times 10^{-31}) \times (1.6 \times 10^{-19}) \times 45.5}} \\ &\approx 1.8 \times 10^{-10} \text{ m} \end{aligned}$$

- 4 人の肌が屋外で日焼けをするのは、太陽光線によって皮膚組織にエネルギーが与えられ、皮膚が炎症を起こすためである。日焼けの原因となるのは、可視光線よりも紫外線であるといわれているが、これはなぜだろうか。光の粒子性に着目して説明してみよう。

【解答】 (解答例) 可視光線よりも波長の短い紫外線のほうが光子 1 個のもつエネルギーが大きく、皮膚組織に対して一度に多くのエネルギーを与えるため。

シュレーディンガーの猫

量子力学の不思議さを説明するときに、必ずと言ってよいほどよく使われる「シュレーディンガーの猫」という思考実験があります。量子力学の標準的な解釈とは、「観測される前の、電子の位置は、ホントウに決まっていない。電子の位置は、観測されて初めて決定される。観測される前の、電子の位置は、ここにあるかも、あそこにあるかもという『可能性』として多重に存在している」というものでした。



ここで、一番理解しておいて欲しい点は、1個の粒子として観測される電子でも、観測される前では、本当に、複数の場所に同時に存在しているということです。たとえば、「場所A」もしくは「場所B」で観測されるかもしれない電子があったとします。もちろん、電子は、観測すると、「場所A」か「場所B」のどちらかで観測されるわけですが、観測していないとき（みてないとき）は、「場所Aにいるかもしれない電子」と「場所Bにいるかもしれない電子」が、ホントウに同時に存在している、と考えています。そんなバカなと言いたいかもしれませんが、ただし、誤解して欲しくないのは、量子力学は、けっして「比喩」や「言葉遊び」で、「複数の可能性が、存在する」と言っているのではなく、「それらの可能性が、ホントウに現実存在している」と言っていることに注意してほしいのです。で、こういった考えにもとづいて、現代科学では、観測する前の電子は、上図のように、モヤモヤした状態で存在しており、「位置Aにあるかもしれないし、位置Bにあるかもしれない、位置Cに……」というふうに、すべての可能性が重ね合わさって、同時に存在していると考えている。このように、観測される前のモヤモヤ状態のことを「重ね合わせ状態」と呼ぶ。ようするに、観測する前の物質は、「たくさんの可能性がゴチャゴチャに重なった状態」で存在しているということだ。そして、観測すると、ゴチャゴチャの中から、ひとつの状態が選択されて、それが観測される。どの状態が観測されるかは、シュレーディンガー方程式（波動関数）で、確率的に予測することができるというのが、量子力学のすべてである。

さてさて。目に見えない小さな電子の話だから、観測されていないときは、「位置Aにあるかもしれない」「位置Bにあるかもしれない」という、『複数の可能性の重ねあわせ』として、複数の場所に同時に存在しているといわれても、「へえ～、そーなんだー。ミクロの世界では、僕らの日常的世界観は通用しないんだねえー」ぐらいにしか感じないかもしれない。でもだ。じゃあ、この「ミクロな電子の位置」が「犬とか、猫とか、ぼくたちが実際に見たり、触れたりできるマクロなモノ」に影響を及ぼすような実験装置を想定したらどうなるだろうか？

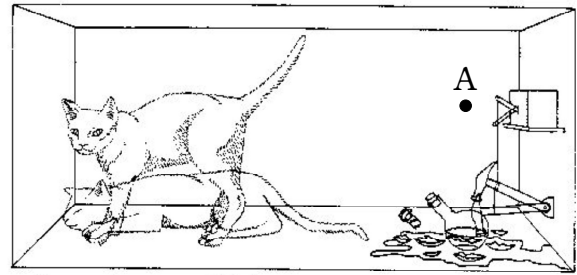
そういう疑問を持ったヒトがいる。そのヒトの名はシュレーディンガー。量子力学の基本方程式であるシュレーディンガー方程式（波動関数）を作ったヒトだ。実は、シュレーディンガーは量子力学の考え方が嫌いだった。後年、こんなヘンテコな科学に関わってしまったことを後悔して、物理学者をやめている。そして、物理学の世界から去るときに、彼は、量子力学をけなすため、ある思考実験を考えた。それがかの有名なシュレーディンガーの猫である。

●実験概要

それは、こんな思考実験だった。まず、中身の見えない箱を用意する。

そして、以下の4つを入れて、フタを閉じる。

- 1) 電子
- 2) 電子と反応するセンサー
- 3) 毒ガス
- 4) 猫



ここで、箱に入っているセンサーは、「電子が位置Aにあると、毒ガスを噴き出す仕組み」になっている。毒ガスが噴き出せば、当然、箱の中の猫は死んでしまう。逆に、電子が位置Aになく、「別の位置Bにある」ならば、センサーは反応しないので、毒ガスは噴き出さず、猫は生きていることになる。さて。人間がフタを開けるまでは、箱の中がみえないのだから、猫が生きているのか死んでいるのか、知るすべはない。そして、当たり前のことだが、人間が実際にフタを開けて中を見たとき、猫は「生きている」か「死んでいる」かのどちらかである。

だが、ここで思い出して欲しい。ワレワレは、この箱の中の電子を観測していないのだ。量子力学では、観測していない電子の位置は、本当に決まっておらず、「ここにあるかも」という可能性として、複数の場所に同時に存在していると述べている。だが、その電子の位置によって、猫の生死が決定されるのだ！

もし、量子力学が正しくて、電子が複数の位置に同時に存在しているというなら、電子の位置によって決定される「猫の生死」だって、「生きているかも、死んでいるかも」という可能性として、同時に存在していなくてはならなくなる。

でも、それって何かおかしくないだろうか？「生きている猫」と「死んでいる猫」が同時に重なり合っている状態なんて、日常的な世界観ではまったく考えられないだろう。

「ね？おかしいでしょ？おかしいよね？やっぱり、量子力学は間違っているんだよ！」

と主張するために、シュレディンガーはこの思考実験を考えたのである。

引用 <http://noexit.jp/tn/doc/neko1.html>

この話を聞いた感想 ↓

生徒1「箱を開けるまで猫の生と死はわからないんだね」←全然わかってない・・・。

生徒2「箱を開けるまで猫は生きていながら死んでいるんだね」←まあいいでしょう。

シュレディンガー「だからそれっておかしくない？」



「不屈不撓の物理」