

【17 コンデンサー】

- ・コンデンサーの基本公式

$$Q = CV$$

- ・一様な電場と電位の関係式

$$V = Ed$$

- ・電気容量 ϵ : 誘電率 ϵ_r : 比誘電率 ϵ_0 : 真空中の誘電率

$$C = \epsilon \frac{S}{d} = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d} \text{ [F]}$$

- ・コンデンサーの合成容量

$$\text{並列} : C = C_1 + C_2$$

$$\text{直列} : \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

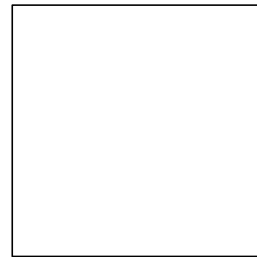
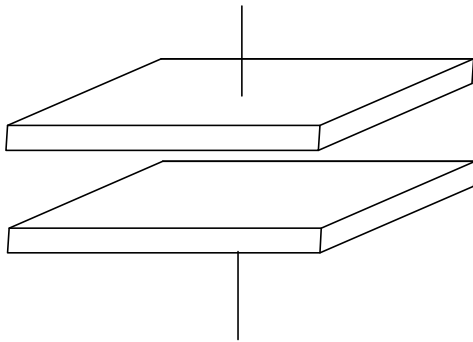
- ・コンデンサーに蓄えられる静電エネルギー

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C} \text{ [J]}$$

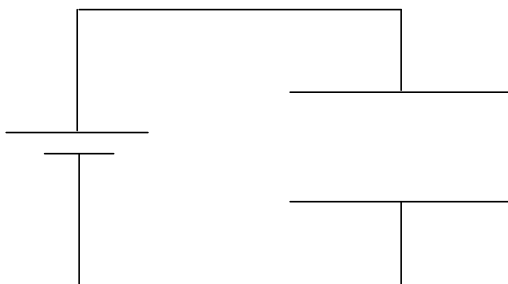
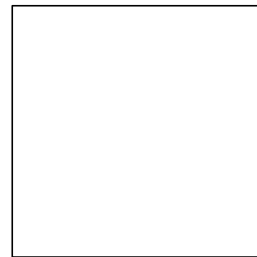
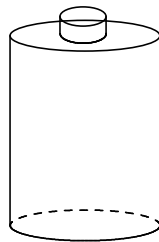
A コンデンサーの充電

→コンデンサーとは「平行板コンデンサー」装置のことです。しかも、仕組みはとてもシンプルで、2枚の金属板の「間に電気を溜め込む」を「電圧をかける」に配置するだけです。このときの金属板のことを「電極」という、極板同士が平行なコンデンサーを特に「平行板コンデンサー」といいます。

記号



記号



ミリ	マイクロ	ナノ	ピコ
m	μ	n	p
10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

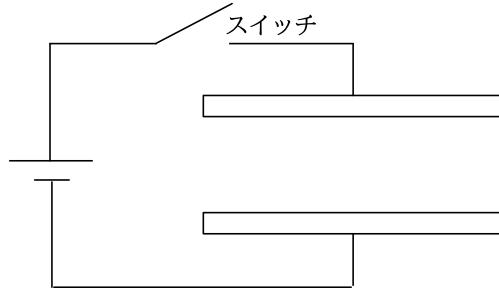
【コンデンサーの基本公式】

--

コンデンサの充電のしくみ

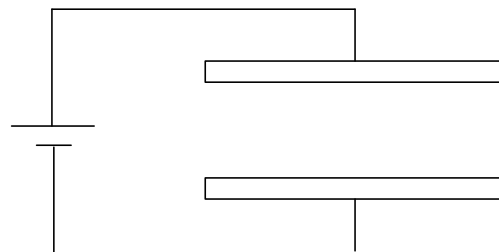
このページを理解するのとしないのとでは、今後大きな差が出ます。いわゆる「電荷の動きのイメージ」を習得できるかどうかにかかってくるのです。何度も読み返して理解しましょう。

I. スイッチを入れる前



① 金属は普段電気を帯びていません。しかし、電気を帯びていないだけで、正と負 同じ量の電気量を持っています。電気的に中性 (± 0) なだけです。

II. スイッチを入れて電池とつないだ瞬間

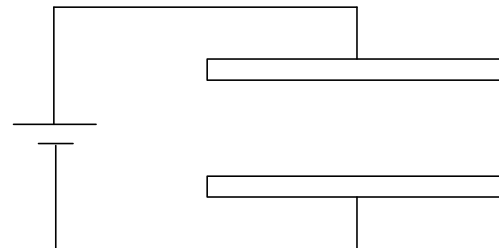


② 電池は+極側につながっている金属板から-極側につながっている金属板に「
」を移動させます。
(※電池からは何も出てこない!!)

【よくある勘違い】

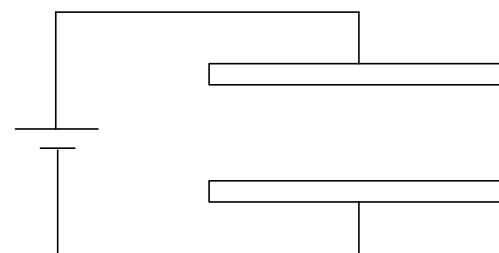
電池からは、なにも出てきません！
電池ってのはあっちからこっちに電子を運ぶだけです！

III. 充電中



③ 充電中は、「
」向きの「
」向きに「
」が流れます。

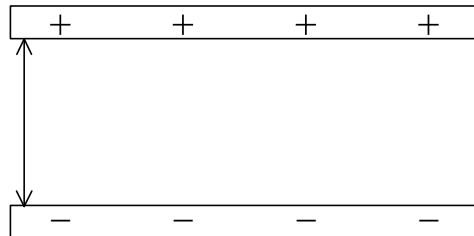
IV. 充電完了(十分時間が経過したあと)



④ やがて、
「
」と
「
」が
等しくなったときに電子の移動がとまり、電流も流れなくなります。これで充電が完了します。
※ 電池は繋がっている部分を必ず自身の電圧と同じにする絶対的能力を持っていると思ってください。そして、導線部分は等電位なので、やはり『つながっているところは等電位』です。

B コンデンサーの電気容量

図のように、コンデンサーの上の極板に $+Q$ [C]、下の極板に $-Q$ [C] の電気量があるときを考えます。ガウスの法則より、 $+Q$ [C] の帯電体からは「」本の電気力線が出ることになるので、それぞれ上下に「」本の電気力線を書き込みます。



コンデンサーの外側の電気力線は打ち消しあうことになるため、結局、コンデンサーの間のみ電気力線が存在することになります。 1m^2 あたりを貫く電気力線の本数とその場の電場という定義なので、極板の面積を S [m^2] とすると、

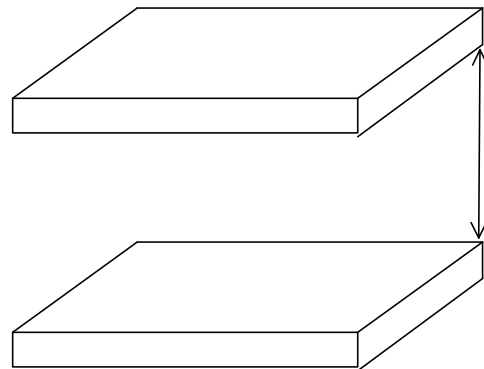
$E = \text{-----}$ となります。

また、コンデンサーの極板間は一様な電場とみなせるので、コンデンサーの電位差を V とすると、

=

=

=

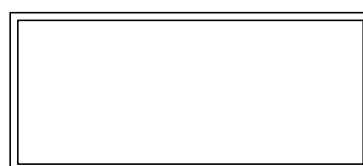


ここで、 $\frac{1}{4\pi k} = \epsilon$ とすると、

=

$Q = CV$ と比較すると、

【電気容量】

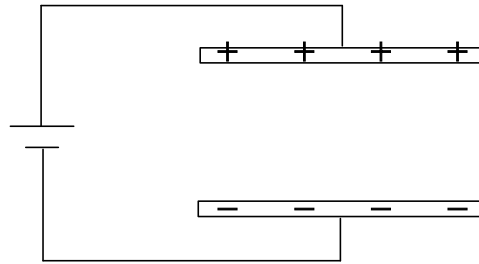


電気容量は、面積 S に比例し極板間隔 d に反比例する！

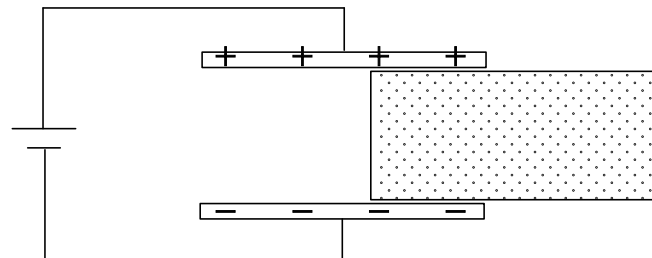
C コンデンサーと誘電体

誘電体のはたらき

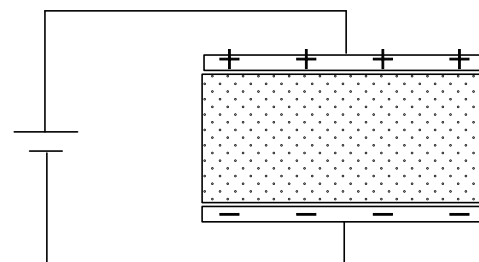
① コンデンサーを充電したらこのように正電荷と負電荷が上下の極板にたまります。



② 誘電体を入れると誘電分極により、極板と接する誘電体の表面に極板と反対の符号の電荷が現れます。すると、コンデンサーに充電されていたいくつかの電荷が打ち消されたようになります。(しかし、消えるわけではないのがミソ。)



③ 電場が弱まり電位差も小さくなります。すると、電池は自分の電位差と同じにするため、さらに電荷を移動させます。その結果、通常よりも多い電気量を蓄えることになります。つまり、電気容量が増えたことになるわけです。



【コンデンサーの電気容量の式】

$$= \quad =$$

日本語に注意！ 「誘電率」は、そのまま $C = \epsilon \frac{S}{d}$ に代入する。

「比誘電率」は、真空中に『比』べてという意味なので、 $C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d}$ に代入する。

または、 $C = \epsilon_r C_0$ のように真空中のコンデンサーの電気容量の何倍と表す。

- 1 電気容量 $2.0 \mu\text{F}$ のコンデンサーに 100 V の電池をつなぐとき、蓄えられる電気量 $Q [\text{C}]$ を求めよ。
コンデンサーが蓄える電気量と極板間電圧の式 「 $Q=CV$ 」 より
$$Q=(2.0 \times 10^{-6}) \times 100 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ C}$$

- 2 電気容量が $2.0 \mu\text{F}$ と 50 pF のコンデンサーにそれぞれ 30 V の電圧を加えるとき、コンデンサーの電気量はそれぞれ何 C になるか。
電気容量 $2.0 \mu\text{F}$, 50 pF のコンデンサーに蓄えられる電気量をそれぞれ $Q_1, Q_2 [\text{C}]$ とすると、
「 $Q=CV$ 」 より
$$Q_1=(2.0 \times 10^{-6}) \times 30 = 6.0 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$Q_2=(50 \times 10^{-12}) \times 30 = 1.5 \times 10^{-9} \text{ C}$$

- 3 電気容量が $1.2 \mu\text{F}$ のコンデンサー A に対して、極板の面積を 2 倍、極板の間隔を半分にしたコンデンサー B の電気容量は何 μF か。
コンデンサー A の極板の面積を $S [\text{m}^2]$, 極板の間隔を $d [\text{m}]$ とすると、
コンデンサー A の電気容量 $C_A [\text{F}]$ は $C_A = \frac{1}{4\pi k_0} \cdot \frac{S}{d}$ となる。
コンデンサー B の電気容量 $C_B [\text{F}]$ は $C_B = \frac{1}{4\pi k_0} \cdot \frac{2S}{\frac{d}{2}} = 4 \times \left(\frac{1}{4\pi k_0} \cdot \frac{S}{d} \right) = 4C_A$
$$C_A = 1.2 \mu\text{F} \text{ より } C_B = 4 \times 1.2 = 4.8 \mu\text{F}$$

- 4 極板の面積が $5.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, 極板の間隔が $2.50 \times 10^{-3} \text{ m}$, 極板間が真空の平行板コンデンサーの電気容量は何 F か。真空の誘電率を $8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ とする。
「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」 より
$$C = (8.85 \times 10^{-12}) \times \frac{5.00 \times 10^{-4}}{2.50 \times 10^{-3}} = 1.77 \times 10^{-12} \text{ F}$$

- 5 極板の対向面積が 1.0 m^2 , 極板間の距離が 2.0 mm の平行板コンデンサーの電気容量 $C [\text{F}]$ を求めよ。
極板間のすき間は真空で、真空の誘電率は $8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ であるとする。

解説 電気容量の式 「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」 より

$$C = (8.8 \times 10^{-12}) \times \frac{1.0}{(2.0 \times 10^{-3})} \text{ [1]} = 4.4 \times 10^{-9} \text{ F}$$

←[1] 代入する値の単位は m に直しておく。 $2.0 \text{ mm} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ m}$

- 6 コンデンサーの極板の間に、比誘電率 5 の油を満たすと、電気容量は初めの何倍になるか。
比誘電率の定義より

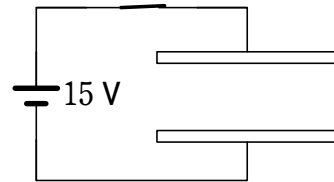
$$\epsilon_r = \frac{C}{C_0} = 5 \quad \text{よって } 5 \text{ 倍}$$

- 7 極板間が真空中で電気容量が 2.0 pF のコンデンサーの極板間に、チタン酸バリウム(比誘電率 5000) をすき間なく入れたときの電気容量を求めよ。

$$\left[\frac{C}{C_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r \right] \text{ より } C = \epsilon_r C_0 \text{ なので}$$

$$C = 5000 \times (2.0 \times 10^{-12}) = 1.0 \times 10^{-8} \text{ F}$$

- 8 平行板コンデンサー(電気容量 30 pF) を電圧 15 V の電池で充電した。次の各場合について、問いに答えよ。



- (1) 電池を外した状態で、極板の間隔を半分にした。このときの極板間の電位差 V' [V] を求めよ。

- (2) 電池に接続した状態で、極板の間隔を半分にした。このときのコンデンサーの電気量 Q' [C] を求めよ。

指針 電池を外した状態と接続した状態では、電気量、電圧がどのようなになるかを考える。

解答 充電後のコンデンサーの電気量 Q は、「 $Q = CV$ 」を用いると、電気容量

$$C = 30 \times 10^{-12} \text{ F, 電圧 } V = 15 \text{ V より}$$

$$Q = CV = (30 \times 10^{-12}) \times 15 = 4.5 \times 10^{-10} \text{ C}$$

極板の間隔 d を半分にすると、電気容量は 2 倍になる。よって、この電気容量は $C' = 2C = 60 \times 10^{-12} \text{ F}$ となる。

- (1) 電池を外した状態では、極板の電気量 Q が一定に保たれるので

$$V' = \frac{Q}{C'} = \frac{4.5 \times 10^{-10}}{60 \times 10^{-12}} = 7.5 \text{ V}$$

- (2) 電池に接続した状態では、極板間の電位差 V が一定に保たれるので

$$Q' = C'V = (60 \times 10^{-12}) \times 15 = 9.0 \times 10^{-10} \text{ C}$$

- 9 極板間が空気(比誘電率 1.0)の平行板コンデンサー(電気容量 200 pF) を電圧 40 V の電池で充電した。次の各場合について、問いに答えよ。

- (1) 電池を外した状態で、極板間を誘電体(比誘電率 5.0)で満たした。このときの極板間の電位差 V' [V] を求めよ。

- (2) 電池に接続した状態で、極板間を誘電体(比誘電率 5.0)で満たした。このときのコンデンサーの電気量 Q' [C] を求めよ。

充電後のコンデンサーの電気量 Q は

$$Q = CV = (200 \times 10^{-12}) \times 40 = 8.0 \times 10^{-9} \text{ C}$$

- (1) 電池を外した状態では、電気量は Q のまま変わらない。比誘電率 5.0 の誘電体で満たしたので、電気容量 C' は

$$C' = 5.0 \times (200 \times 10^{-12}) = 1.0 \times 10^{-9} \text{ F}$$

となる。よって

$$V' = \frac{Q}{C'} = \frac{8.0 \times 10^{-9}}{1.0 \times 10^{-9}} = 8.0 \text{ V}$$

- (2) 電池に接続した状態では、電位差 $V = 40 \text{ V}$ のままとなるので

$$Q' = C'V = (1.0 \times 10^{-9}) \times 40 = 4.0 \times 10^{-8} \text{ C}$$

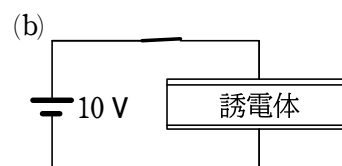
10 平行板コンデンサー(電気容量 20 pF) を電圧 10 V の電源で充電した。 (a)

(1) 充電が完了したときの電気量 $Q [\text{C}]$ を求めよ。

(2) (1) のコンデンサーを次の状態で比誘電率 5.0 の誘電体で満たす操作を行う。

(a) スイッチを切った状態で誘電体を挿入したときの、電気量 $Q_1 [\text{C}]$ と極板間の電位差 $V_1 [\text{V}]$ を求めよ。

(b) スイッチを入れた状態で誘電体を挿入したときの、電気量 $Q_2 [\text{C}]$ と極板間の電位差 $V_2 [\text{V}]$ を求めよ。



(1) 「 $Q = CV$ 」より $Q = (20 \times 10^{-12}) \times 10 = 2.0 \times 10^{-10} \text{ C}$

(2) 比誘電率 $\epsilon_r = 5.0$ の誘電体を挿入する前と後の平行板コンデンサーの電気容量を、それぞれ $C, C' [\text{F}]$ とすると、「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」, 「 $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ 」より $C' = \epsilon_r C$ となる。

$$\epsilon_r = 5.0 \quad \text{より} \quad C' = 5.0 \times (20 \times 10^{-12}) = 1.0 \times 10^{-10} \text{ F}$$

(a) スイッチを切った状態では、誘電体の挿入前と後で電気量は変わらないから

$$Q_1 = Q = 2.0 \times 10^{-10} \text{ C}$$

$$\text{「} Q = CV \text{」より} \quad Q_1 = C' V_1 \quad \text{よって} \quad V_1 = \frac{Q_1}{C'} = \frac{2.0 \times 10^{-10}}{1.0 \times 10^{-10}} = 2.0 \text{ V}$$

(b) スイッチを入れた状態では、誘電体の挿入前と後で極板間の電位差は変わらないから

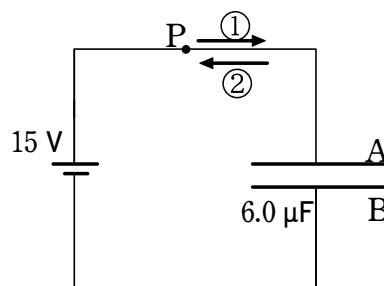
$$V_2 = 10 \text{ V} \quad \text{「} Q = CV \text{」より} \quad Q_2 = C' V_2 = (1.0 \times 10^{-10}) \times 10 = 1.0 \times 10^{-9} \text{ C}$$

11 図のように、極板 A, B をもつ電気容量 6.0 pF の平

行板コンデンサーが起電力 15 V の電池につながれている。

(1) コンデンサーに蓄えられている電気量 $Q [\text{C}]$ を求めよ。

(2) 電池をつないだまま、極板の間隔を3倍に広げたとき、点 P に電流が流れた。この電流の向きは ① か ② のどちらか。また、このとき点 P を通過した電気量の大きさは何 C か。



指針 コンデンサーの電気容量の式「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」より、極板の間隔 d を大きくすると、電気容量 C は小さくなる。

解説 (1) 電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$Q = (6.0 \times 10^{-6})^{(1)} \times 15 = 9.0 \times 10^{-5} \text{ C}$$

(2) 電気容量の式「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」より、極板の間隔を3倍に広げると、電気容量は $\frac{1}{3}$ 倍になる ($6.0 \text{ pF} \rightarrow 2.0 \text{ pF}$)。極板間の電位差は 15 V に保たれているので、極板の間隔を広げた後の電気量を $Q' [\text{C}]$ とすると

$$Q' = (2.0 \times 10^{-6}) \times 15 = 3.0 \times 10^{-5} \text{ C}$$

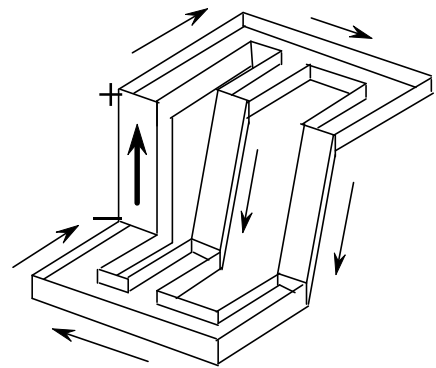
コンデンサーの極板 A に蓄えられる電気量が減少したので、電流の向きは ②。

電気量の減少分が点 P を通過するので

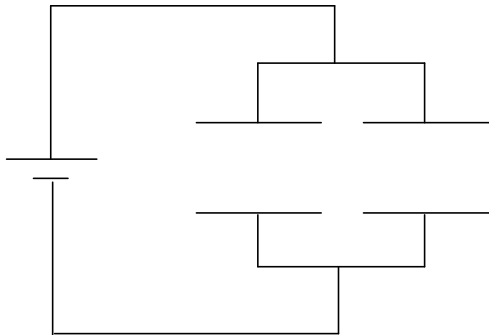
$$9.0 \times 10^{-5} - 3.0 \times 10^{-5} = 6.0 \times 10^{-5} \text{ C}$$

コンデンサーの並列接続

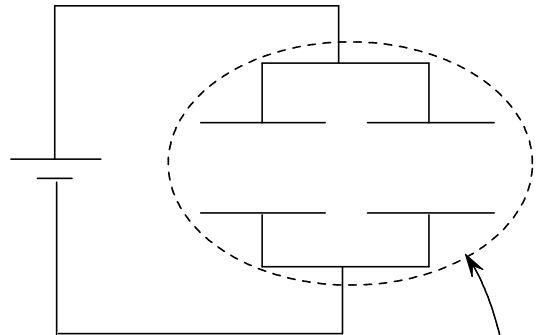
2つのコンデンサーがあっても考え方は同じです。
 電池とつながった瞬間、電池の電位差と同じになる
 まで極板の電子がこっちからあっちに運ばれます。
 このとき「つながっているところは等電位」ルールに
 より2つのコンデンサーの電位差は同じになります。
 (↑これが重要。水路図のイメージがあるといい。)



充電中



充電完了

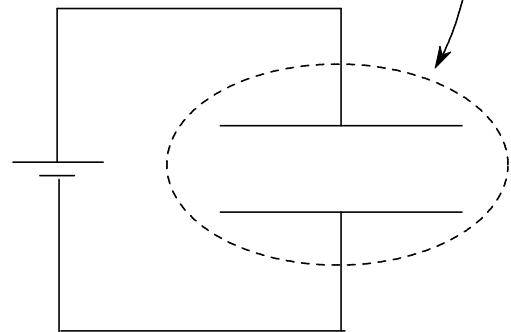


ただし、電位差は同じになりますが、蓄えられる電気量はそのコンデンサーの電気容量によって
 変化するため注意が必要です。そのため Q はそれぞれの値となります。

各コンデンサーで $Q = CV$ を立てると、

$$\begin{cases} = \\ = \end{cases}$$

①+②より

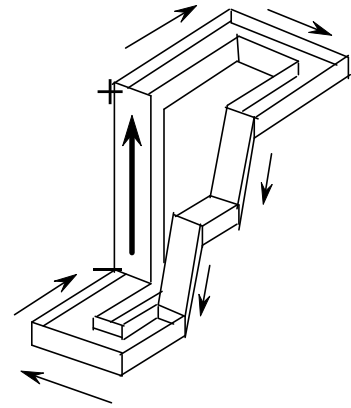


とすると、 $C_1 + C_2$ [F] という電気容量のコンデンサーに、 $Q_1 + Q_2$ [C] の電気量がたまっていると
 みなすことができ、あたかも1つのコンデンサーとして計算することができます。これをコンデンサ
 ーの合成といいます。

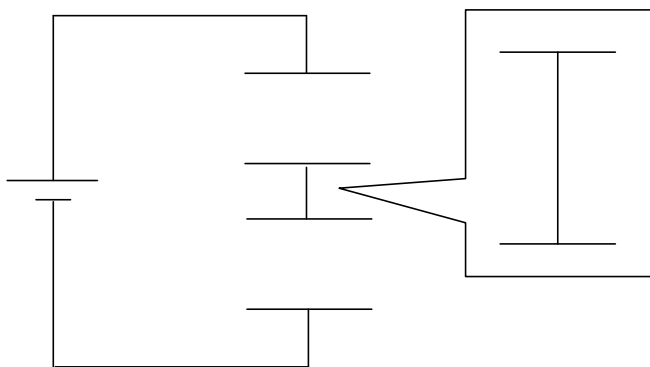
【並列接続の合成容量】

コンデンサの直列接続

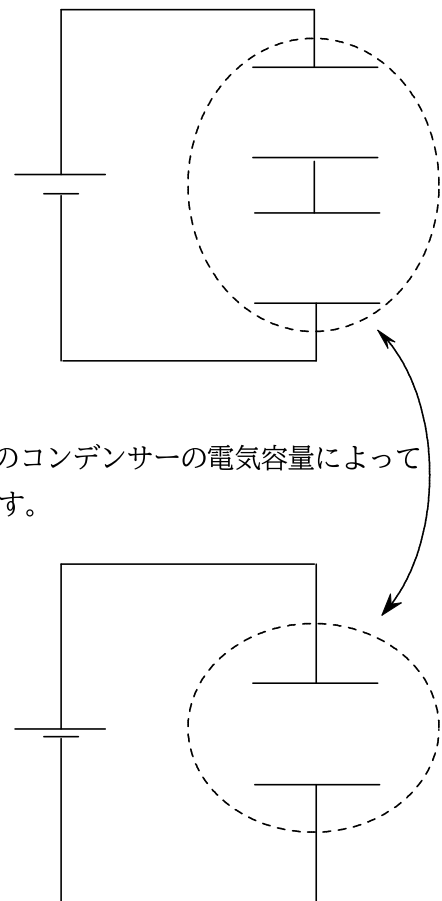
直列も考え方は同じです。電池とつながった瞬間、電池の電位差と同じになるまで極板の電子がこっからあっちに運ばれます。ただし、「つながっているところは等電位」ルールにより電池とつながっている一番上の極板と一番下の極板が等電位になります。そして真ん中の離れ小島の部分は静電誘導によって自動的に充電されます。そのため2つのコンデンサの電気量は同じになります。(←これ重要)



充電中



充電完了



電気量は同じになりますが、各コンデンサにかかる電圧はそのコンデンサの電気容量によってかわるので注意が必要です。そのため V はそれぞれの値となります。

各コンデンサで $Q = CV$ を立てると、

$$\begin{cases} Q_1 = C_1 V_1 \\ Q_2 = C_2 V_2 \end{cases}$$

$$V_1 + V_2 = V \text{ より}$$

ここで $Q = CV$ を変形して $Q \cdot \frac{1}{C} = V$ と比較すると

【直列接続の合成容量】

- 1 電気容量が $3.0\ \mu\text{F}$ 、 $6.0\ \mu\text{F}$ の 2 つのコンデンサーを、並列接続および直列接続したときの合成容量 $C_A\ [\mu\text{F}]$ 、 $C_B\ [\mu\text{F}]$ を求めよ。

並列接続の合成容量の式 「 $C = C_1 + C_2$ 」 より $C_A = 3.0 + 6.0 = 9.0\ \mu\text{F}$

直列接続の合成容量の式 「 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ 」 より $\frac{1}{C_B} = \frac{1}{3.0} + \frac{1}{6.0} = \frac{3}{6.0} = \frac{1}{2.0}$

よって $C_B = 2.0\ \mu\text{F}$

- 2 電気容量が $30\ \mu\text{F}$ と $45\ \mu\text{F}$ の 2 つのコンデンサーがある。

(1) コンデンサーを並列接続したとき、合成容量は何 μF か。

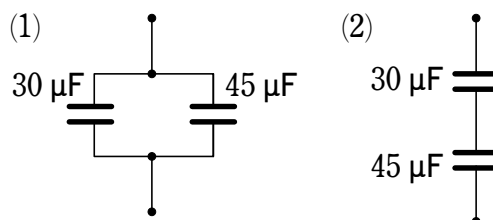
(2) コンデンサーを直列接続したとき、合成容量は何 μF か。

合成容量を C とする。

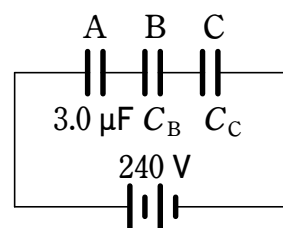
(1) 「 $C = C_1 + C_2$ 」 より $C = 30 + 45 = 75\ \mu\text{F}$

(2) 「 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ 」 より $\frac{1}{C} = \frac{1}{30} + \frac{1}{45} = \frac{1}{18}$

よって $C = 18\ \mu\text{F}$



- 3 電気容量 $3.0\ \mu\text{F}$ のコンデンサー A と、電気容量が未知のコンデンサー B、C の 3 個を図のように直列に接続し、両端に $240\ \text{V}$ の電圧を加えたら、 $3.0\ \mu\text{F}$ のコンデンサーの両端の電圧は $48\ \text{V}$ 、B の両端の電圧は $72\ \text{V}$ であった。B、C の電気容量 $C_B\ [\mu\text{F}]$ 、 $C_C\ [\mu\text{F}]$ を求めよ。最初、コンデンサーに電荷はないものとする。



指針 各コンデンサーに蓄えられる電気量 Q は等しい。

解説 このとき、C に加わる電圧 V_C は

$48 + 72 + V_C = 240\ \text{V}$ より

$$V_C = 120\ \text{V}$$

各コンデンサーに蓄えられる電気量 Q が等しい

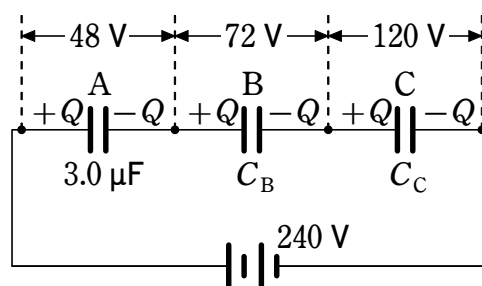
いので「 $Q = C_1 V_1 = C_2 V_2 = C_3 V_3$ 」より

$$Q = (3.0 \times 10^{-6}) \times 48 = C_B \times 72$$

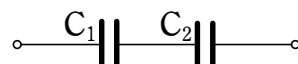
$$= C_C \times 120$$

よって $C_B = 2.0 \times 10^{-6}\ \text{F} = 2.0\ \mu\text{F}$

$$C_C = 1.2 \times 10^{-6}\ \text{F} = 1.2\ \mu\text{F}$$



- 4 電荷を蓄えていない、 $2.0\ \mu\text{F}$ のコンデンサー C_1 と $6.0\ \mu\text{F}$ のコンデンサー C_2 を直列に接続してその両端に $16\ \text{V}$ の電圧を加える。



- (1) 合成容量は何 μF か。
- (2) 各々のコンデンサーに加わる電圧と、蓄えられる電気量を求めよ。

指針 電荷を蓄えていないコンデンサーを直列に接続して充電すると、各コンデンサーが蓄える電気量は等しい。

解説 (1) $\frac{1}{C} = \frac{1}{2.0} + \frac{1}{6.0} \quad \text{[1]}$ $= \frac{4.0}{6.0}$ よって $C = \frac{6.0}{4.0} = 1.5\ \mu\text{F}$

- (2) コンデンサー C_1 と C_2 に加わる電圧をそれぞれ V_1 , $V_2\ [\text{V}]$, 蓄えられる電気量を $Q\ [\text{C}]$ とすると、電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$Q = (2.0 \times 10^{-6}) \times V_1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$Q = (6.0 \times 10^{-6}) \times V_2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\text{また、電圧の関係より } V_1 + V_2 = 16 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 式より } V_1 = \frac{Q}{2.0 \times 10^{-6}} \quad \dots\dots \textcircled{1'} \quad V_2 = \frac{Q}{6.0 \times 10^{-6}} \quad \dots\dots \textcircled{2'}$$

$\textcircled{3}$ 式に $\textcircled{1'}$, $\textcircled{2'}$ 式を代入すると

$$\frac{Q}{2.0 \times 10^{-6}} + \frac{Q}{6.0 \times 10^{-6}} = 16 \quad \text{ゆえに } Q = 2.4 \times 10^{-5}\ \text{C}$$

Q の値を $\textcircled{1'}$, $\textcircled{2'}$ 式に代入して

$$V_1 = \frac{2.4 \times 10^{-5}}{2.0 \times 10^{-6}} = 12\ \text{V}, \quad V_2 = \frac{2.4 \times 10^{-5}}{6.0 \times 10^{-6}} = 4.0\ \text{V}$$

別解 直列接続なので、各コンデンサーが蓄える電気量 Q は等しい。また、 Q の値は合成容量 $1.5\ \mu\text{F}$ のコンデンサーに、全電圧 $16\ \text{V}$ が加わったものに等しい。

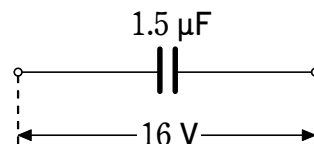
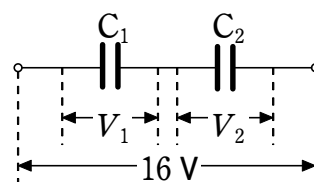
$$Q = CV = (1.5 \times 10^{-6}) \times 16 = 2.4 \times 10^{-5}\ \text{C}$$

$$C_1 \text{ に加わる電圧 } V_1 \text{ は } V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{2.4 \times 10^{-5}}{2.0 \times 10^{-6}} = 12\ \text{V}$$

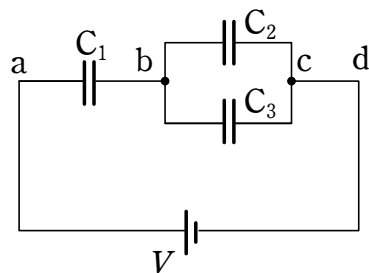
$$C_2 \text{ に加わる電圧 } V_2 \text{ は } V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{2.4 \times 10^{-5}}{6.0 \times 10^{-6}} = 4.0\ \text{V}$$

←[1] 直列接続の合成容量の式「 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots\dots + \frac{1}{C_n}$ 」で、 $n=2$ とした式

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{を用いる。}$$



- 5 電気容量がそれぞれ C_1 , C_2 , C_3 の3個のコンデンサー C_1 , C_2 , C_3 と起電力が V の電源により、図のような回路をつくる。 $C_1=3.0\ \mu\text{F}$, $C_2=2.0\ \mu\text{F}$, $C_3=4.0\ \mu\text{F}$, $V=3.0\times 10^2\ \text{V}$ のときに、次の値を求めよ。



- (1) ad 間の合成容量 C
- (2) ab 間の電位差 V_1
- (3) bc 間の電位差 V_2
- (4) コンデンサー C_1 , C_2 , C_3 のそれぞれに蓄えられる電気量 Q_1 , Q_2 , Q_3

指針 3つ以上のコンデンサーが接続されているときの合成容量は、回路全体のコンデンサーの接続を確認しながら、部分的な合成容量から求めていく。本問では、並列部分の C_2 , C_3 の合成容量を求めてから、 C_1 との直列接続を考える。また、回路のコンデンサーに関する未知量を求めるときは、1つ1つのコンデンサーの電気容量 C , 極板間電圧 V , 蓄えられた電気量 Q をそれぞれ考え、回路全体の電圧や電気量の式を立てる。

解説 (1) C_2 と C_3 の合成容量を C_{23} とすると、この部分は並列なので

$$C_{23}=2.0+4.0=6.0\ \mu\text{F}$$

回路全体では C_1 と C_{23} の直列接続と考えて

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_{23}}=\frac{1}{3.0}+\frac{1}{6.0}=\frac{1}{2.0} \quad \text{よって } C=2.0\ \mu\text{F}$$

$$(2), (3), (4) \text{ 回路全体の電圧の関係より } V_1+V_2=3.0\times 10^2 \quad \dots\dots ①$$

また、個々のコンデンサーに蓄えられた電気量と極板間電圧の式より

$$Q_1=C_1V_1, \quad Q_2=C_2V_2, \quad Q_3=C_3V_2 \quad \dots\dots ②$$

3つのコンデンサーに蓄えられた電気量の関係より

$$Q_1=Q_2+Q_3 \quad \dots\dots ③$$

$$②, ③ \text{ 式より } C_1V_1=C_2V_2+C_3V_2$$

C_1 , C_2 , C_3 の値を代入して

$$3.0V_1=2.0V_2+4.0V_2 \quad \text{よって } V_1=2.0V_2 \quad \dots\dots ④$$

①, ④ 式より

$$2.0V_2+V_2=3.0\times 10^2$$

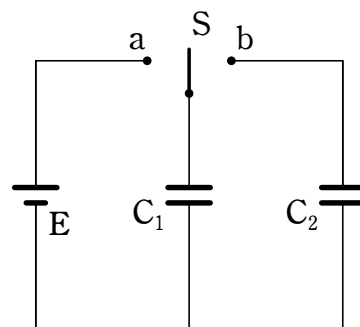
$$\text{よって } V_1=2.0\times 10^2\ \text{V}, \quad V_2=1.0\times 10^2\ \text{V}$$

$$② \text{ 式より } Q_1=(3.0\times 10^{-6})^{[1]}\times (2.0\times 10^2)=6.0\times 10^{-4}\ \text{C}$$

$$Q_2=(2.0\times 10^{-6})^{[1]}\times (1.0\times 10^2)=2.0\times 10^{-4}\ \text{C}$$

$$Q_3=(4.0\times 10^{-6})^{[1]}\times (1.0\times 10^2)=4.0\times 10^{-4}\ \text{C}$$

- 6 図で E は 6.0 V の電池、 S は切りかえスイッチ、 C_1 、 C_2 はそれぞれ 1.0 F 、 2.0 F のコンデンサーで、最初 C_1 、 C_2 に電荷はないものとする。



- (1) S を a 側に倒す。十分に時間がたつと C_1 が蓄える電気量 Q は何 C か。
 (2) 続いて S を b 側に倒して十分に時間がたったとき、 C_1 が蓄える電気量 Q_1 は何 C か。

指針 (2) 電池に接続していないので、 C_1 と C_2 に蓄えられた電気量の和は保存される。また、 C_1 と C_2 に加わる電圧は等しくなる。

解説 (1) $Q = C_1 V = 1.0 \times 6.0 = 6.0\text{ C}$

(2) C_1 と C_2 が蓄える電気量を Q_1 、 $Q_2 [\text{C}]$ とする (どちらも、上の極板が正の電荷と仮定)。

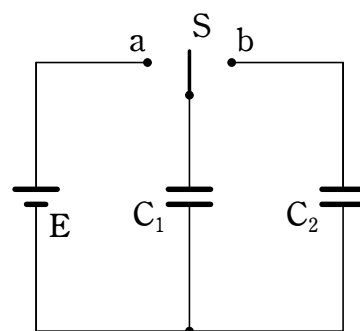
電気量の保存より $Q_1 + Q_2 = 6.0$

C_1 、 C_2 の極板間の電圧を V' とすると

$$Q_1 = C_1 V', \quad Q_2 = C_2 V'$$

上の 3 式より $V' = 2.0\text{ V}$, $Q_1 = 2.0\text{ C}$

- 7 図のように、コンデンサー C_1 、 C_2 (電気容量 C_1 、 C_2 [μF]) と電池 E (電圧 $V [\text{V}]$)、切りかえスイッチ S を接続した。最初 S は開いており C_1 、 C_2 に電荷は蓄えられていないものとし、 $C_1 = 3.0\text{ }\mu\text{F}$ 、 $C_2 = 4.0\text{ }\mu\text{F}$ 、 $V = 21\text{ V}$ のとき、次の (a)、(b) に答えよ。



- (a) S を a 側に倒した。 C_1 の電気量 $Q_1 [\text{C}]$ を求めよ。
 (b) 次に S を b 側に倒した。 C_1 、 C_2 の電気量 Q_1' 、 Q_2' [C] をそれぞれ求めよ。

(a) C_1 に電圧 $V = 21\text{ V}$ が加わるので、

$$Q_1 = C_1 V = (3.0 \times 10^{-6}) \times 21 = 6.3 \times 10^{-5}\text{ C}$$

(b) S を b 側に倒すと C_1 の電荷の一部が C_2 に移動する。破線の部分は孤立しており、電荷の移動の前後で電気量が保存される。

$$Q_1 + 0\text{ C} = Q_1' + Q_2' \quad \text{より}$$

$$Q_1' + Q_2' = 6.3 \times 10^{-5}\text{ C} \quad \dots \text{①}$$

また、 C_1 と C_2 の極板間の電圧は等しい。

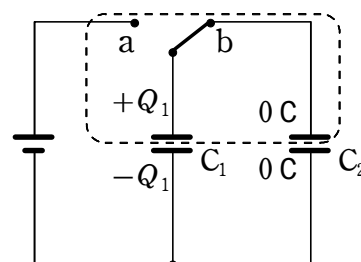
$$\text{電圧 } V' = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2} \quad \text{より}$$

$$\frac{Q_1'}{3.0 \times 10^{-6}} = \frac{Q_2'}{4.0 \times 10^{-6}} \quad \dots \text{②}$$

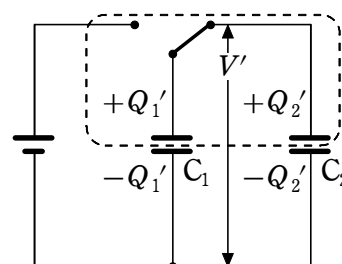
①、② 式より

$$Q_1' = 2.7 \times 10^{-5}\text{ C}, \quad Q_2' = 3.6 \times 10^{-5}\text{ C}$$

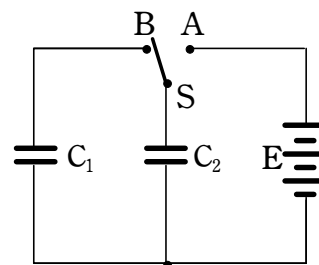
b 側に倒した直後



↓ しばらくすると



- 8 図で C_1 は電気容量 $4.0\ \mu\text{F}$ のコンデンサー、 C_2 は同じく $8.0\ \mu\text{F}$ のコンデンサー、 S はスイッチ、 E は電圧 $3.0 \times 10^2\ \text{V}$ の直流電源である。初め C_1 、 C_2 に電荷はないとする。



- (1) スイッチ S を A 側に倒し、 C_2 を充電する。このとき、 C_2 に蓄えられる電気量 $Q_2\ [\text{C}]$ を求めよ。
- (2) 次に、スイッチ S を B に切りかえた。 C_1 の両端の電圧 $V_1\ [\text{V}]$ を求めよ。
- (3) 再びスイッチ S を A に切りかえ、充電した後 B に倒した。 C_1 の電圧 $V_2\ [\text{V}]$ を求めよ。

指針 充電されたコンデンサーをスイッチの切りかえにより他のコンデンサーに接続すると、2つのコンデンサーの極板間電圧が等しくなるまで、あらかじめ充電されていたコンデンサーから電荷が移動する。

解説 (1) コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q=CV$ 」より

$$Q_2 = C_2 V = (8.0 \times 10^{-6}) \times (3.0 \times 10^2) = 2.4 \times 10^{-3}\ \text{C}$$

- (2) C_1 と C_2 の上側極板どうし、下側極板どうしの電位がそれぞれ等しくなるので、並列接続とみなせる。よって合成容量 C は

$$C = C_1 + C_2 = 4.0 + 8.0 = 12.0\ \mu\text{F}$$

電気量保存の法則より、電荷はあらかじめ C_2 に蓄えられていた分が2つのコンデンサーに分配されるだけなので

$$V_1 = \frac{Q_2}{C} = \frac{2.4 \times 10^{-3}}{12.0 \times 10^{-6}} = 2.0 \times 10^2\ \text{V}$$

- (3) (2) のとき、 C_1 に蓄えられる電気量を Q_1 とする。蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q=CV$ 」より

$$Q_1 = C_1 V_1 = (4.0 \times 10^{-6}) \times (2.0 \times 10^2) = 8.0 \times 10^{-4}\ \text{C}$$

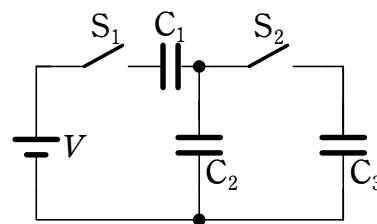
スイッチを A に切りかえても、 Q_1 は変わらない。

一方、 C_2 には、再び(1)と同じ量の電気量が充電される。よって、再びスイッチを B に切りかえると、全電気量 Q は

$$Q = Q_1 + Q_2 = (8.0 \times 10^{-4}) + (2.4 \times 10^{-3}) = 3.2 \times 10^{-3}\ \text{C}$$

よって
$$V_2 = \frac{Q}{C} = \frac{3.2 \times 10^{-3}}{12.0 \times 10^{-6}} \doteq 2.7 \times 10^2\ \text{V}$$

- 9 図のように、電気容量がそれぞれ C , $2C$, $3C$ [F] のコンデンサー C_1 , C_2 , C_3 と、電圧 V [V] の電池、スイッチ S_1 , S_2 を接続した。最初 S_1 , S_2 は開いており、 C_1 , C_2 , C_3 に電荷は蓄えられていないものとする。



- (1) S_1 のみ閉じたとき、 C_2 に加わる電圧 V_2 [V] を求めよ。
- (2) 次に、 S_1 を開いてから S_2 を閉じた。 C_2 に加わる電圧 V_2' [V] を求めよ。

【指針】 (2) 電池と接続されていない孤立した部分では、接続前後の状態において電気量の保存が成りたつことを利用する。

【解答】 (1) C_1 と C_2 は直列になり、図のように充電される。

AB 間の電圧について $V_1 + V_2 = V$

電気量について $Q = CV_1 = 2CV_2$

この 2 式より

$$V_2 = \frac{1}{3}V \text{ [V]}, \quad Q = \frac{2}{3}CV \text{ [C]}$$

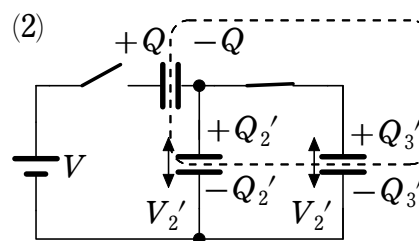
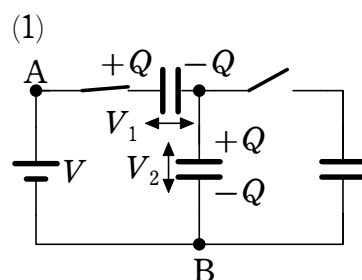
- (2) S_1 を開き S_2 を閉じると、 C_2 と C_3 は並列になり、それぞれの電気量、電圧は図のようになる。破線で囲まれた部分は孤立しているので、電荷の移動の前後で電気量が保存される。

$-Q + Q = -Q + Q_2' + Q_3'$ より

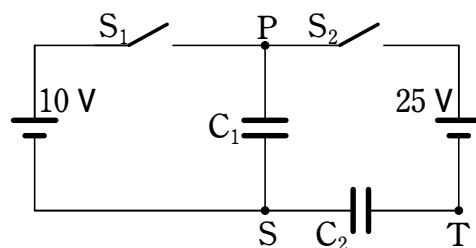
$$Q_2' + Q_3' = Q$$

また、電気量について $Q_2' = 2CV_2'$, $Q_3' = 3CV_2'$

以上の式と (1) の Q の値とから $V_2' = \frac{Q}{5C} = \frac{2}{15}V \text{ [V]}$



- 10 図のように、電気容量がそれぞれ $2.0\ \mu\text{F}$, $1.0\ \mu\text{F}$ のコンデンサー C_1 , C_2 と、2つの電源、スイッチ S_1 , S_2 を接続した。まず、スイッチ S_1 のみを閉じ、PS 間の電位差が $10\ \text{V}$ になるまでコンデンサー C_1 を充電した。



- (1) C_1 の P 側の極板上の電気量 $Q\ [\text{C}]$ を求めよ。

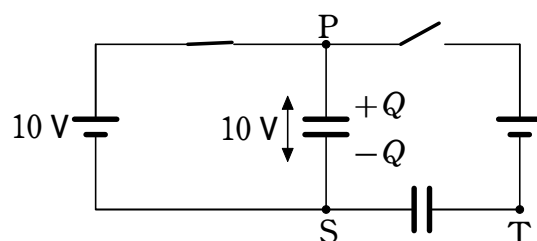
次に、スイッチ S_1 を開き、 S_2 を閉じて、電源で PT 間の電位差が $25\ \text{V}$ になるようにした。コンデンサー C_2 は、初め充電されていないものとする。

- (2) S と T の電位はどちらが何 V 高いか。

- (1) スイッチ S_1 のみを閉じて十分に時間がたったとき、図のように充電されている。

電気量について、「 $Q=CV$ 」より

$$Q = (2.0 \times 10^{-6}) \times 10 = 2.0 \times 10^{-5}\ \text{C}$$



- (2) S_1 を開き、 S_2 を閉じて十分に時間がたったとき、 C_1 , C_2 の電気量を図のようにおく。

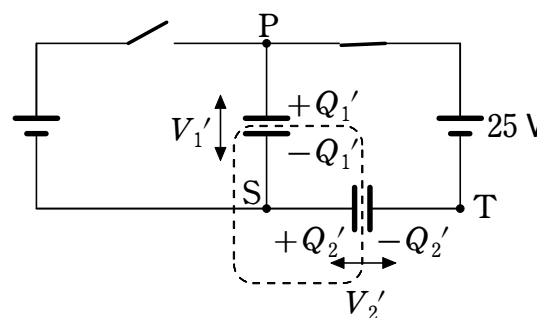
PT 間の電圧について

$$V_1' + V_2' = 25 \quad \dots\dots ①$$

電気量について、「 $Q=CV$ 」より

$$Q_1' = (2.0 \times 10^{-6}) \times V_1' \quad \dots\dots ②$$

$$Q_2' = (1.0 \times 10^{-6}) \times V_2' \quad \dots\dots ③$$



破線で囲まれた部分は孤立しているので、電荷の移動の前後で電気量が保存されるから

$$-Q = -Q_1' + Q_2' \quad \dots\dots ④$$

- ②, ③ 式と (1) の Q を ④ 式に代入して

$$-2.0 \times 10^{-5} = -(2.0 \times 10^{-6}) \times V_1' + (1.0 \times 10^{-6}) \times V_2'$$

整理して

$$-20 = -2.0 \times V_1' + V_2' \quad \dots\dots ⑤$$

$$\text{① 式より } V_2' = 25 - V_1' \quad \dots\dots ⑥$$

これを ⑤ 式に代入して

$$-20 = -2.0 \times V_1' + 25 - V_1'$$

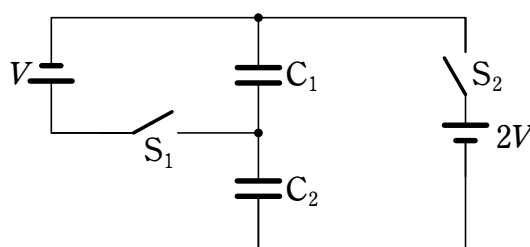
よって $V_1' = 15\ \text{V}$

これを ⑥ 式に代入して

$$V_2' = 25 - 15 = 10\ \text{V}$$

したがって、S が $10\ \text{V}$ 高い。

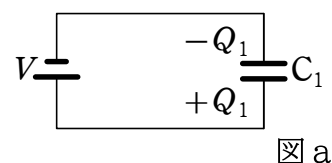
- 11 コンデンサー C_1 , C_2 と起電力 V , $2V$ の 2 つの電池, および 2 つのスイッチ S_1 , S_2 を図のように接続した回路がある。コンデンサー C_1 および C_2 の電気容量はいずれも C であり, 初め, スイッチ S_1 , S_2 は開いており, 2 つのコンデンサーには電荷が蓄えられていない。



- (1) スイッチ S_1 を閉じて十分時間が経過した後のコンデンサー C_1 に蓄えられた電気量を求めよ。
- (2) 次に, スイッチ S_1 を開いてからスイッチ S_2 を閉じた。十分時間が経過したのち, コンデンサー C_1 および C_2 に蓄えられた電気量をそれぞれ求めよ。

【指針】 (2) 回路中の孤立した部分では電気量が保存される。孤立した部分の中で電荷が移動することはあるが, 電気量の総和は変わらない。

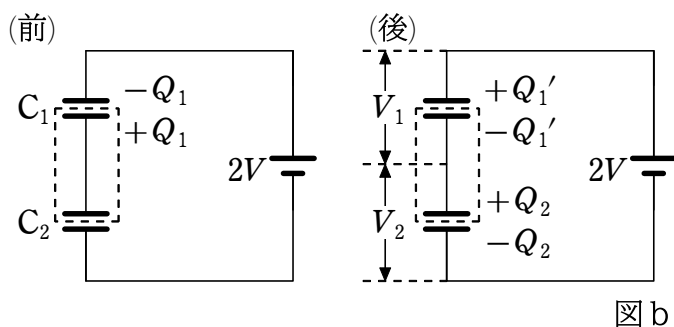
【解説】 (1) スイッチ S_1 を閉じると C_1 が充電され, 電気量 Q_1 が蓄えられる (図 a)。電気量と極板間電圧の関係式「 $Q=CV$ 」より



$$Q_1 = CV$$

..... ①

- (2) スイッチ S_1 を開き, スイッチ S_2 を閉じたときの C_1 , C_2 の帯電状態は図 b のようになる。ただし, 十分時間が経過した後の C_1 , C_2 に蓄えられた電気量をそれぞれ Q_1' , Q_2 , 加わる電圧をそれぞれ V_1 , V_2 としてい



る。このとき破線で囲まれた部分は孤立しており, 電荷の移動の前後で電気量が保存されるので

$$(-Q_1') + Q_2 = Q_1$$

..... ②

また, 電気量と極板間電圧の関係式「 $Q=CV$ 」より

$$Q_1' = CV_1$$

..... ③

$$Q_2 = CV_2$$

..... ④

直列接続の電圧の関係式より

$$V_1 + V_2 = 2V$$

..... ⑤

② 式に ①, ③, ④ 式を代入すると

$$-CV_1 + CV_2 = CV$$

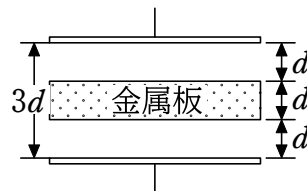
$$-V_1 + V_2 = V$$

..... ⑥

⑤, ⑥ 式を連立方程式として解くと

$$V_1 = \frac{1}{2}V, V_2 = \frac{3}{2}V \quad \text{よって} \quad Q_1' = \frac{1}{2}CV, Q_2 = \frac{3}{2}CV$$

- 12 極板の面積 S [m^2], 極板の間隔 $3d$ [m], 極板間が真空の平行板コンデンサーを考える。極板と同じ面積で厚さ d [m] の金属板を, 極板間の中央に, 極板と平行にして入れる。このコンデンサーの電気容量 C [F] を求めよ。真空の誘電率を ϵ_0 [F/m] とする。



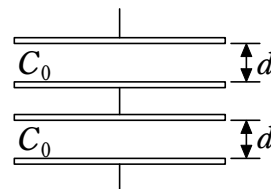
【指針】 金属板の上側と下側の, 2つのコンデンサーの直列接続とみなすことができる。

【解答】 このコンデンサーは, 2つのコンデンサーの直列接続と考えることができる。これらの電気容量は等しく, C_0 [F] とおくと

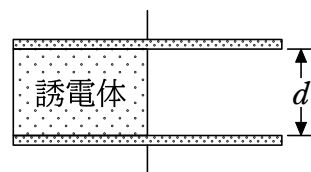
$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

この2つのコンデンサーを直列接続したときの合成容量 C [F] は

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_0} = \frac{2}{C_0} \quad \text{よって} \quad C = \frac{C_0}{2} = \frac{1}{2} \times \epsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{2d} \text{ [F]}$$



- 13 極板の面積 S [m^2], 極板の間隔 d [m], 極板間が真空の平行板コンデンサーの, 極板間の半分を比誘電率 ϵ_r の誘電体で満たした。このコンデンサーの電気容量 C [F] を求めよ。真空の誘電率を ϵ_0 [F/m] とする。



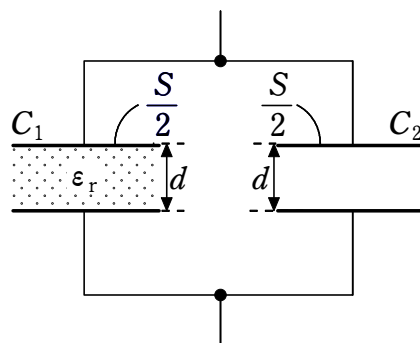
図のように, 誘電体が満たされた部分と満たされていない部分とによるコンデンサーの並列接続と考えられる。それぞれのコンデンサーの電気容量を C_1, C_2 [F] とすると

$$C_1 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{\frac{S}{2}}{d} = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{2d}$$

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{\frac{S}{2}}{d} = \epsilon_0 \frac{S}{2d}$$

「 $C = C_1 + C_2$ 」より

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{2d} + \epsilon_0 \frac{S}{2d} = \frac{(1 + \epsilon_r) \epsilon_0 S}{2d} \text{ [F]}$$



- 14 $V[V]$ の電池をつないだ電気容量 $C[F]$ の平行平板空気コンデンサーがある。次の(1), (2)のように, 両極板間に比誘電率 ϵ_r の誘電体を入れた場合について, コンデンサーに蓄えられる電気量をそれぞれ求めよ。

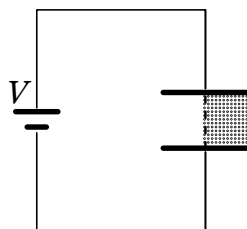


図 1

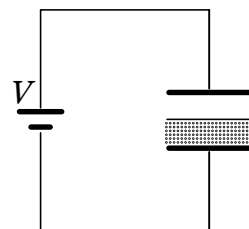
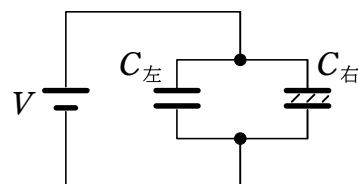


図 2

- (1) 図 1 のように, 極板間の右半分を誘電体で満たした場合の電気量 $Q_1[C]$
 (2) 図 2 のように, 極板間の下半分を誘電体で満たし, その誘電体の上面を厚さの無視できる金属板でおおった場合の電気量 $Q_2[C]$

指針 電池をつないだコンデンサーの極板間に誘電体(絶縁体)を挿入すると, 誘電体は誘電分極を起こす。誘電体のある部分だけを別のコンデンサーとみなす。挿入の仕方によってコンデンサーの並列接続, 直列接続(あるいはそれらを複合した接続)とみなせるので, コンデンサー全体としての電気容量は変化し, コンデンサーに蓄えられる電気量も変化する。

解説 (1) 誘電体を挿入することで, 極板の面積が半分, 2つのコンデンサーの並列接続とみなせる。それぞれのコンデンサーの電気容量を $C_{左}$, $C_{右}$ とすると, 電気容量の式「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」より



$$C_{左} = \frac{C}{2}, \quad C_{右} = \frac{\epsilon_r C}{2}$$

全体としては並列接続なので, 合成容量 C_1 は

$$C_1 = C_{左} + C_{右} = \frac{(\epsilon_r + 1)C}{2} \quad [1] \leftarrow$$

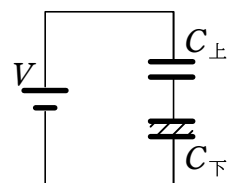
コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$Q_1 = C_1 V = \frac{\epsilon_r + 1}{2} CV [C] \quad [1] \leftarrow$$

- (2) 誘電体を挿入することで, 極板間距離が半分, 2つのコンデンサーの直列接続とみなせる^{[2]←}。それぞれのコンデンサーの電気容量を $C_{上}$, $C_{下}$ とすると

$$C_{上} = 2C, \quad C_{下} = 2\epsilon_r C$$

全体としては直列接続なので, 合成容量 C_2 は



$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{上}} + \frac{1}{C_{下}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{2\epsilon_r C} \quad \text{よって} \quad C_2 = \frac{2\epsilon_r C}{\epsilon_r + 1} \quad [1] \leftarrow$$

コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$Q_2 = C_2 V = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} CV [C] \quad [1] \leftarrow$$

- 15 極板間の距離 d [m]、電気容量 C [F] の平行板コンデンサーを起電力 V [V] の電池につないだ。このとき、極板間の電場の強さは ア [V/m] である。次に、極板と同じ面積で厚さ $\frac{d}{2}$ [m] の金属板を両極板間に平行に入れる。この場合、金属板内の電場の強さは イ [V/m]、極板と金属板間の電場の強さは ウ [V/m] となり、コンデンサーの電気容量は エ [F] となる。

指針 図2のように、金属板と上の極板との距離を x とすると、 $C_1 = \epsilon \frac{S}{x}$ 、 $C_2 = \epsilon \frac{S}{(d/2) - x}$ となる。

金属板を入れたときの電気容量 C' は、 C_1 と C_2 とを直列に接続したときの合成容量と同じになる。

注 極板間に金属板を入れる場合、金属板を一方の極板に接するように入れ、極板間隔が $d/2$ に狭められたコンデンサーと考えることもできる。

解説 (ア) $E = \frac{V}{d}$ [V/m]

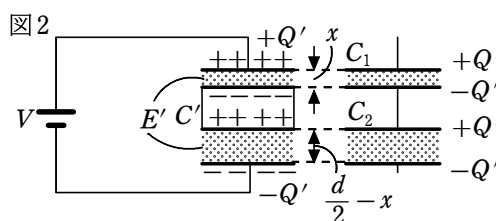
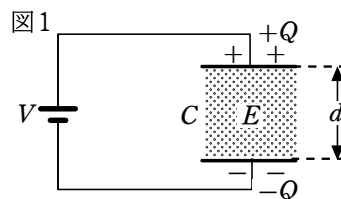
(イ) 金属板(導体)内の電場の強さは **0**

(ウ) 求める電場の強さを E' [V/m] とする。

$$V = E'x + E'\left(\frac{d}{2} - x\right) \quad E' = \frac{2V}{d} \text{ [V/m]}$$

$$(エ) \quad \frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{x}{\epsilon S} + \frac{(d/2) - x}{\epsilon S} = \frac{d}{2\epsilon S}$$

$$\text{よって } C' = \epsilon \frac{S}{d} \times 2 = 2C \text{ [F]}$$

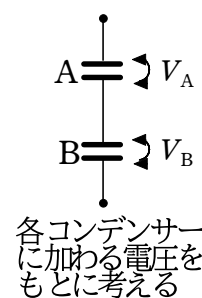
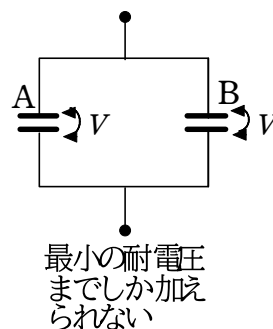


- 16 電気容量 $4.0 \mu\text{F}$ 、耐電圧 $3.0 \times 10^2 \text{ V}$ のコンデンサー A と、電気容量 $1.0 \mu\text{F}$ 、耐電圧 $6.0 \times 10^2 \text{ V}$ のコンデンサー B がある。

- (1) A と B を並列に接続したときの全体としての耐電圧 V_1 [V] を求めよ。
- (2) A と B を直列に接続したときの全体としての耐電圧 V_2 [V] を求めよ。

指針 コンデンサーを接続したときの回路全体としての

耐電圧は接続の仕方によって異なる。並列の場合、A、B は同じ電圧が加わるので、どちらか小さいほうの耐電圧までしか電圧を加えられない(最も小さい耐電圧まで)。一方、直列の場合はそれぞれのコンデンサーに加わる電圧が異なるので、各コンデンサーに加わる電圧(電気容量に反比例)をもとに考える。



最小の耐電圧
までしか加え
られない

各コンデンサー
に加わる電圧を
もとに考える

解説 (1) 耐電圧は低いほうの値になるので $V_1 = 3.0 \times 10^2 \text{ V}$

(2) それぞれのコンデンサーに加わる電圧を V_A 、 V_B とする。直列接続なので各コンデンサーに蓄えられる電気量 Q が等しい。電気量と極板間電圧の関係式

$$「Q = CV」より \quad Q = C_A V_A = C_B V_B \quad \text{よって} \quad V_A : V_B = \frac{Q}{C_A} : \frac{Q}{C_B} = \frac{1}{4.0} : \frac{1}{1.0} = 1 : 4$$

A に耐電圧 $3.0 \times 10^2 \text{ V}$ を加えると、 $V_B = 1.2 \times 10^3 \text{ V}$ となり、B の耐電圧を超えているので不適。

B に耐電圧 $6.0 \times 10^2 \text{ V}$ を加えると、 $V_A = 1.5 \times 10^2 \text{ V}$ となり、A の耐電圧より小さい。

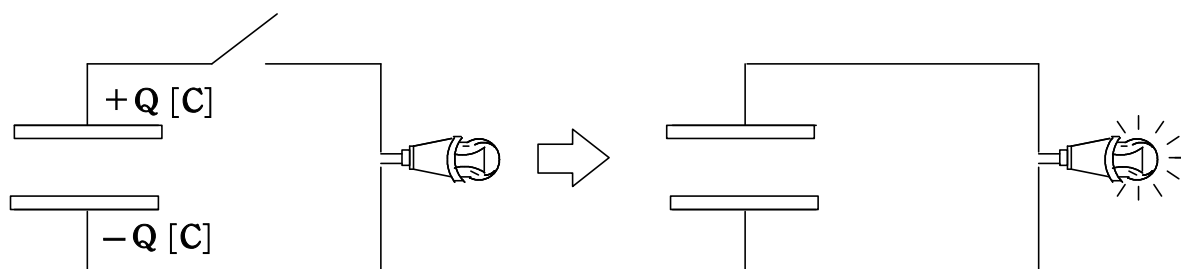
したがって $V_A = 1.5 \times 10^2 \text{ V}$ 、 $V_B = 6.0 \times 10^2 \text{ V}$

全体の耐電圧は $V_2 = V_A + V_B = (1.5 \times 10^2) + (6.0 \times 10^2) = 7.5 \times 10^2 \text{ V}$

E コンデンサーの静電エネルギー

充電したコンデンサーを導線でつなぐと、電子が導線をつたって正の極板の方へ移動し、 ± 0 の状態になろうとする。これを（ ）という。

充電したコンデンサーに電球をつけてスイッチを入れると一瞬だけ点灯する。これはコンデンサーがエネルギーを蓄えていて、それが光エネルギーになったと考えられる。コンデンサーが持つエネルギーのことを（ ）という。



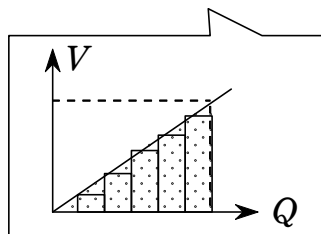
電池がする仕事

コンデンサーに蓄えられたエネルギー（静電エネルギー）

回路で発生するジュール熱

$$\boxed{} = \boxed{} + \boxed{}$$

電池は合計 Q [C]の電量を電位差 V [V]だけ移動させるので、 $W = QV$ の仕事をする。



※電池のする仕事のうちの半分が静電エネルギーとして蓄えられて、半分が熱エネルギーとして失われます。どんな回路（抵抗を含まない回路）でも、導線などで必ずジュール熱が発生するため、電池がする仕事を100%コンデンサーに蓄えることはできません。

【コンデンサーに蓄えられる静電エネルギー】

$$\boxed{U = = = []}$$

$Q = CV$ で変形する

- 1 電気容量が $2.0 \mu\text{F}$ のコンデンサーを 50 V に充電する。このとき、コンデンサーに蓄えられる静電エネルギー $U[\text{J}]$ を求めよ。

静電エネルギーの式 「 $U = \frac{1}{2} CV^2$ 」 より

$$U = \frac{1}{2} \times (2.0 \times 10^{-6}) \times 50^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

- 2 次の各場合について、コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーは何 J か。

- (1) コンデンサーを電圧 12 V で充電し、電気量 $4.0 \times 10^{-5} \text{ C}$ 蓄えているとき
- (2) 電気容量が $2.0 \mu\text{F}$ のコンデンサーを電圧 $3.0 \times 10^2 \text{ V}$ で充電したとき
- (3) 電気容量が $10 \mu\text{F}$ のコンデンサーが電気量 $2.0 \times 10^{-4} \text{ C}$ 蓄えているとき

- (1) 「 $U = \frac{1}{2} QV$ 」 より

$$U = \frac{1}{2} \times (4.0 \times 10^{-5}) \times 12 = 2.4 \times 10^{-4} \text{ J}$$

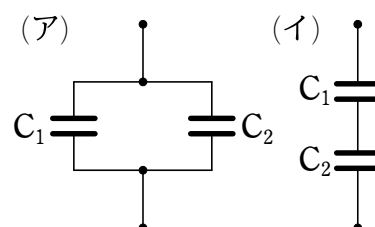
- (2) 「 $U = \frac{1}{2} CV^2$ 」 より

$$U = \frac{1}{2} \times (2.0 \times 10^{-6}) \times (3.0 \times 10^2)^2 = 9.0 \times 10^{-2} \text{ J}$$

- (3) 「 $U = \frac{Q^2}{2C}$ 」 より

$$U = \frac{(2.0 \times 10^{-4})^2}{2 \times (10 \times 10^{-6})} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ J}$$

- 3 右図のコンデンサー C_1 , C_2 の電気容量 C_1 , C_2 には、 $C_2 = 2C_1$ の関係がある。(ア), (イ) の端子間にもともて電圧 V を加えたとき、それぞれ、 C_2 の静電エネルギーは C_1 に蓄えられた静電エネルギーの何倍か。



- (ア) C_1 , C_2 は並列接続されているので、極板間に加える電圧はともに V である。 C_1 ,

C_2 に蓄えられた静電エネルギーをそれぞれ U_1 , U_2 とすると、「 $U = \frac{1}{2} CV^2$ 」より

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2, U_2 = \frac{1}{2} C_2 V^2$$

$C_2 = 2C_1$ であるから $U_2 = 2U_1$ よって、2 倍となる。

- (イ) C_1 , C_2 は直列接続されているので、蓄えられる電気量は等しく、これを Q とする

と、「 $U = \frac{Q^2}{2C}$ 」より

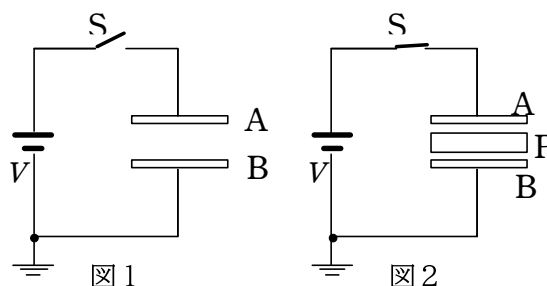
$$U_1 = \frac{Q^2}{2C_1}, U_2 = \frac{Q^2}{2C_2}$$

$C_2 = 2C_1$ であるから $U_2 = \frac{1}{2} U_1$ よって、 $\frac{1}{2}$ 倍となる。

- 4 間隔 d だけ離れた極板 A, B からなる電気容量 C の平行板コンデンサー、起電力 V の電池とスイッチ S からなる図 1 のような回路がある。

スイッチ S を閉じた。

- (1) コンデンサーに蓄えられた静電エネルギー U を求めよ。



次に、スイッチ S を閉じたまま、厚さ $\frac{d}{2}$ の金属板 P を図 2 のように極板 A, B に平行に極板間の中央に挿入した。

- (2) 極板 A, B 間での、極板 A からの距離と電位の関係を表すグラフをかけ。
 (3) また、このとき極板 A に蓄えられた電気量 Q を求めよ。
 さらに、スイッチ S を開いた後、金属板 P を取りさった。
 (4) このときの極板間の電位差 V' を求めよ。

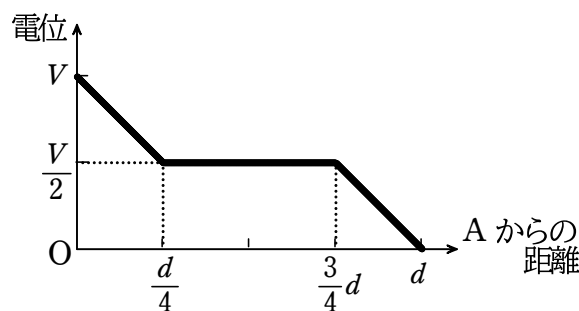
解説 (1) 静電エネルギーの式より $U = \frac{1}{2}CV^2$

- (2) スイッチ S を閉じたままなので、AB 間の電位差は V に保たれている。金属板 P が極板間の中央に置かれているので、

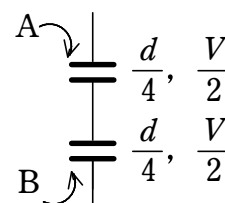
AP 間、PB 間の電位差はともに $\frac{V}{2}$ と

なる。また、AP 間、PB 間の電場 (電位の傾き) は等しい。

金属板 P の内部には電場がなく、金属板全体は等電位なので右図のようになる^[1]。



別解 コンデンサーの極板間に金属板が入ると、極板間隔が狭い 2 つのコンデンサーを直列接続したものと考えることができる。このとき、極板間隔は $\frac{d}{4}$ となる。この極板間のみで電位は変化しているので、図のように表せる。



- (3) 金属板の挿入により、極板間距離が $\frac{d}{2}$ になったと考えられるので、この状態で

の電気容量 C' は $C' = 2C$ ^[2]。コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より $Q = C'V = 2CV$

別解 (2) の別解にしたがって考えると、A と金属板 P とにはさまれたコンデンサー、B と金属板 P とにはさまれたコンデンサーの電気容量はそれぞれ $4C$ なので、直列接続すると合成容量 C' は

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{4C} + \frac{1}{4C} = \frac{2}{4C} = \frac{1}{2C} \quad \text{よって } C' = 2C \quad \text{これを } Q = CV \text{ に代入する。}$$

- (4) スイッチ S を開いた後に金属板 P を取りさったので、極板上の電気量は (3) の Q に保たれている。また、電気容量は C にもどったので、コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$CV' = 2CV \quad \text{よって } V' = 2V$$

- 5 2つのコンデンサー C_A , C_B があり、電気容量はそれぞれ $6.0 \mu\text{F}$, $4.0 \mu\text{F}$ である。これらのコンデンサーは、それぞれ Q_A , Q_B の電気量をもち、また、両極間の電圧はそれぞれ V_A , V_B であるとする。次の を正しく埋めよ。

$V_A = 10 \text{ V}$ のとき、 $Q_A = \text{ア}$ C であり、また、 $V_B = 20 \text{ V}$ のとき、 C_B に蓄えられたエネルギーは イ J である。

今、この状態のままで C_A と C_B の正の電極どうし、負の電極どうしを導線でつなぐと、これらのコンデンサーに蓄えられた静電エネルギーの和は、 C_A と C_B が導線でつながれる前に蓄えられていた静電エネルギーの和より ウ J だけ減少する。

指針 (イ) コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーは

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

(ウ) 電荷の移動(電流)のため導線から熱が発生し、静電エネルギーは減少する。

解説 (ア) $Q_A = (6.0 \times 10^{-6}) \times 10$

$$= 6.0 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$Q_B = (4.0 \times 10^{-6}) \times 20$$

$$= 8.0 \times 10^{-5} \text{ C}$$

(イ) C_A , C_B をつなぐ前のそれぞれの静電エネルギーを U_A , U_B [J] とすると

$$U_A = \frac{1}{2} C_A V_A^2 = \frac{1}{2} \times (6.0 \times 10^{-6}) \times 10^2 = 3.0 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$U_B = \frac{1}{2} C_B V_B^2 = \frac{1}{2} \times (4.0 \times 10^{-6}) \times 20^2 = 8.0 \times 10^{-4} \text{ J}$$

(ウ) C_A と C_B をつないだときの、共通の電圧を V [V], それぞれの電気量を Q_A' , Q_B' [C] とすると

$$Q_A' = C_A V, \quad Q_B' = C_B V$$

また $Q_A' + Q_B' = Q_A + Q_B$ より

$$V = \frac{Q_A + Q_B}{C_A + C_B} = \frac{(6.0 + 8.0) \times 10^{-5}}{(6.0 + 4.0) \times 10^{-6}} = 14 \text{ V}$$

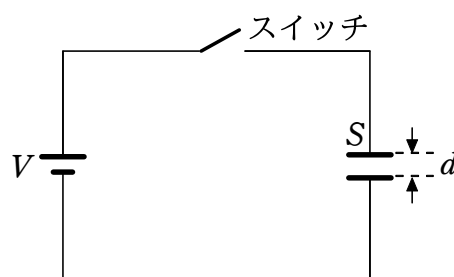
したがって、静電エネルギーの和 U は

$$U = \frac{1}{2} (C_A + C_B) V^2$$

$$= \frac{1}{2} \times (10 \times 10^{-6}) \times 14^2 = 9.8 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$\text{減少量 } \Delta U = U_A + U_B - U = (3.0 + 8.0 - 9.8) \times 10^{-4} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ J}$$

- 6 図のように極板面積 S 、極板間隔 d の平行板コンデンサーが電圧 V の電池にスイッチを介して接続されている。極板間は真空であり、真空の誘電率を ϵ_0 とする。初めの状態は、スイッチが閉じて十分時間が経過している。



- (1) スイッチを閉じた状態で極板の間隔を 3 倍にすると、極板間の電場の強さは初めの状態の何倍になるか。
- (2) (1) のとき、コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーは初めの状態の何倍になるか。
- (3) 初めの状態にもどしてスイッチを開き、その後極板の間隔を 3 倍にした。極板間の電場の強さは、初めの状態の何倍になるか。
- (4) (3) のとき、コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーは初めの状態の何倍になるか。

解説 (1) 平行板コンデンサーの内部には一様な電場ができていますので、一様な電場の式「 $V = Ed$ 」より、極板間の電場の強さ E は極板間の電位差 V と極板間の距離 d を用いて $E = \frac{V}{d}$ ①

と表される。スイッチが閉じているから、極板の間隔を 3 倍にしても極板間の電位差 $V^{(1)}$ は変わらない。電場の強さ E は極板間距離 d に反比例するので、電場の強さは初めの $\frac{1}{3}$ 倍になる。

- (2) 極板の間隔を変える前後で極板間の電位差 V は変わらないので、静電エネルギーの式「 $U = \frac{1}{2} CV^2$ 」より、静電エネルギーは電気容量 C に比例する。電気容量は極板間距離に反比例する^{(2)←}から、極板の間隔を 3 倍にしたときの電気容量は初めの $\frac{1}{3}$ 倍になっている。したがって、静電エネルギーも $\frac{1}{3}$ 倍になる。

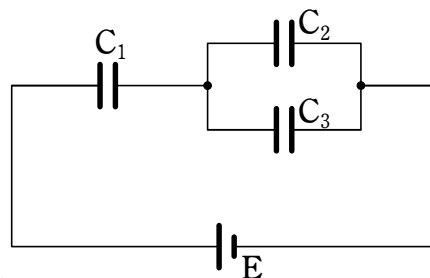
- (3) 初めの状態にもどしてスイッチを開くと、極板の間隔を 3 倍にしても電気量 Q は変わらない^{(3)←}。

コンデンサーの基本式「 $Q = CV$ 」より、極板間の電位差 V は電気量 Q と電気容量 C を用いて $V = \frac{Q}{C}$

となる。このとき Q は変化しないから V は C に反比例する。電気容量 C は初めの $\frac{1}{3}$ 倍になっているので、電位差 V は 3 倍になる。極板の間隔も 3 倍になっているから、① 式より極板間の電場の強さ E は $\frac{3}{3} = 1$ 倍 (変化しない) となる。

- (4) このとき電気容量 C は初めの $\frac{1}{3}$ 倍、電位差 V は 3 倍になっている。静電エネルギーの式「 $U = \frac{1}{2} CV^2$ 」より、コンデンサーに蓄えられる静電エネルギー U は C と V^2 に比例するから、 $\frac{1}{3} \times 3^2 = 3$ 倍となる。

- 7 電気容量がそれぞれ $9.0\ \mu\text{F}$, $1.5\ \mu\text{F}$, $3.0\ \mu\text{F}$ のコンデンサー C_1 , C_2 , C_3 , および $6.0\ \text{V}$ の直流電源 E を、図のように接続した。各コンデンサーは、電源 E を接続する前は電気を蓄えていないものとする。



- (1) 接続した 3 個のコンデンサーの合成容量 $C[\mu\text{F}]$ を求めよ。
- (2) 各コンデンサーに蓄えられる電気量 $Q_1, Q_2, Q_3[\mu\text{C}]$ を求めよ。
- (3) コンデンサー C_3 に蓄えられる静電エネルギー $U[\text{J}]$ を求めよ。

- (1) C_2 と C_3 の合成容量を C_{23} とすると、この部分は並列なので

$$C_{23} = 1.5 + 3.0 = 4.5\ \mu\text{F}$$

回路全体では C_1 と C_{23} の直列接続と考えられるから

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{9.0} + \frac{1}{4.5} = \frac{1}{3.0}$$

よって $C = 3.0\ \mu\text{F}$

- (2) C_1 に加わる電圧を $V_1[\text{V}]$, C_2 と C_3 に加わる電圧を $V_{23}[\text{V}]$ とすると、回路全体の電圧の関係より

$$V_1 + V_{23} = 6.0 \quad \dots\dots ①$$

各コンデンサーに蓄えられた電気量と極板間電圧の式より

$$Q_1 = C_1 V_1, \quad Q_2 = C_2 V_{23}, \quad Q_3 = C_3 V_{23} \quad \dots\dots ②$$

3 つのコンデンサーに囲まれた部分の電気量は保存されるので

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad \dots\dots ③$$

② 式を ③ 式に代入して

$$C_1 V_1 = C_2 V_{23} + C_3 V_{23}$$

C_1, C_2, C_3 の値を代入して

$$9.0 V_1 = 1.5 V_{23} + 3.0 V_{23}$$

よって $V_{23} = 2.0 V_1 \quad \dots\dots ④$

④ 式を ① 式に代入して

$$V_1 + 2.0 V_1 = 6.0$$

よって $V_1 = 2.0\ \text{V}$

④ 式より $V_{23} = 4.0\ \text{V}$

② 式より

$$Q_1 = 9.0 \times 2.0 = 18\ \mu\text{C}$$

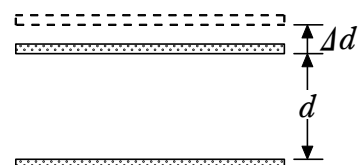
$$Q_2 = 1.5 \times 4.0 = 6.0\ \mu\text{C}$$

$$Q_3 = 3.0 \times 4.0 = 12\ \mu\text{C}$$

- (3) $12\ \mu\text{C} = 12 \times 10^{-6}\ \text{C}$ であるから、「 $U = \frac{1}{2} QV$ 」より

$$U = \frac{1}{2} \times (12 \times 10^{-6}) \times 4.0 = 2.4 \times 10^{-5}\ \text{J}$$

- 8 極板面積 $S[\text{m}^2]$ ，極板間隔 $d[\text{m}]$ ，極板間が真空のコンデンサーに $Q[\text{C}]$ の電荷を与える。真空の誘電率を $\epsilon_0[\text{F/m}]$ とする。



- (1) コンデンサーが蓄えている静電エネルギー $U[\text{J}]$ を求めよ。
- (2) 極板上の電荷が逃げないようにして，極板間隔を $\Delta d[\text{m}]$ だけゆっくりと広げるとき，静電エネルギーの増加量を求めよ。
- (3) 2枚の極板は正負に帯電しているので，引力を及ぼしあっている。この引力に逆らって極板を引き離すために，外から加えた力のした仕事が(2)の静電エネルギーの増加になったと考えられる。外力の大きさがこの引力の大きさに等しいとして，この引力の大きさ $F[\text{N}]$ を求めよ。

- (1) 「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」および「 $U = \frac{Q^2}{2C}$ 」より

$$U = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 \frac{S}{d}} = \frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 S} [\text{J}]$$

- (2) このとき蓄えている静電エネルギーを $U'[\text{J}]$ とすると，
(1) の d を $d + \Delta d$ で置きかえて

$$U' = \frac{Q^2(d + \Delta d)}{2\epsilon_0 S}$$

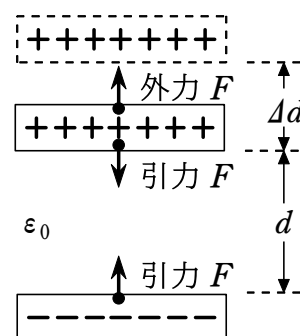
よって

$$\Delta U = U' - U = \frac{Q^2 \Delta d}{2\epsilon_0 S} [\text{J}]$$

- (3) 外力のした仕事は $F\Delta d[\text{J}]$ で，これが静電エネルギーの増加になったと考えられるから

$$F\Delta d = \frac{Q^2 \Delta d}{2\epsilon_0 S}$$

よって $F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} [\text{N}]$





「不屈不撓の物理ホームページリンク」

パスワード ○○○○