

【06 剛体・モーメント】

・力のモーメント (力×うでの長さ)

$$M = F \cdot l \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

()年 ()科 ()組 ()番 名前()

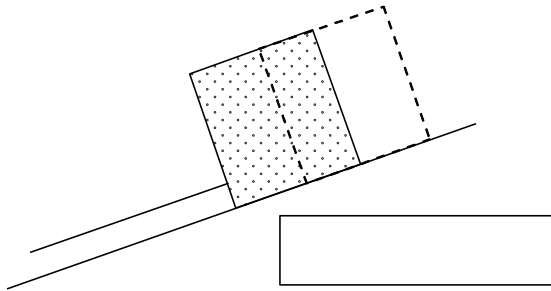
第2章 剛体

1 剛体にはたらく力のつりあい

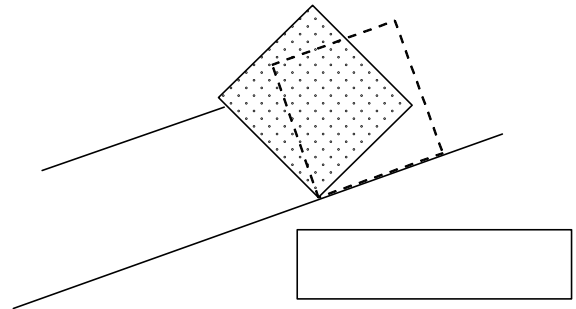
A 剛体にはたらく力

今までは、あまり物体の形や大きさについて深く考えてきませんでした。でも日常生活でよく考えると、力を加える場所によって物体が受ける効果って変わるはずですよね。

・物体の下の方を引っ張る場合



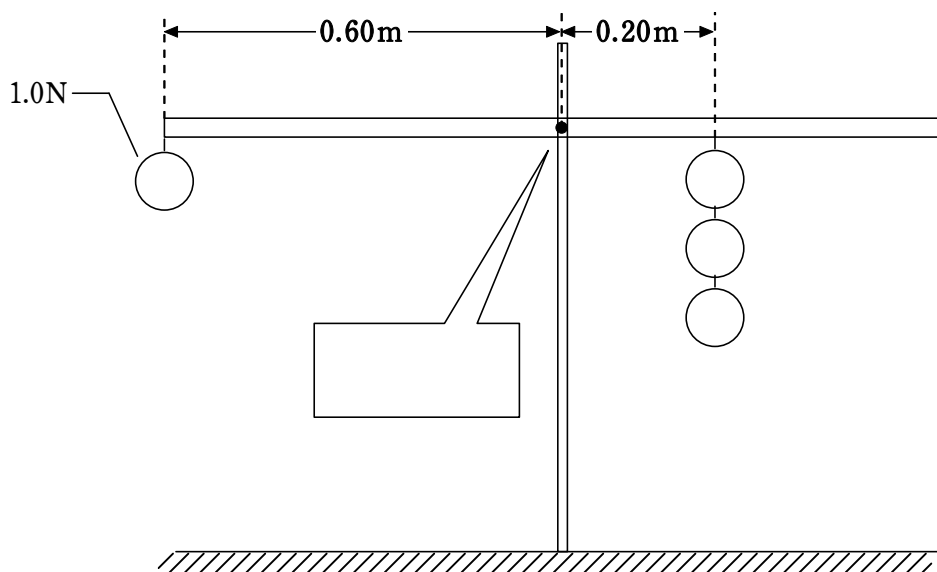
・物体の上の方を引っ張る場合



このように、物体の「大きさ」や「形状」まで考えつつも、力を加えても変形しない理想的な固い物体のことを、「」といいます。それに対して、大きさを考えない今までの物体のことは「」といいます。

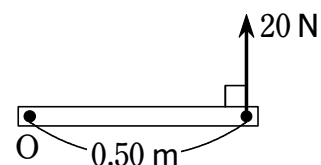
B 力のモーメント

『』とは、物体を回転させる能力の大きさを示す値です。はたらく力の大きさ F と、うでの長さ l の積『 $M = F \cdot l$ 』で求めることができます。単位は $[\text{N} \cdot \text{m}]$ です。剛体を反時計回りに回転させる場合は正の値で示し、時計回りに回転させる場合には負の値で示します。それらの値の大きさが等しいとき、剛体は回転しないことになります。



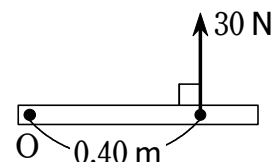
【力のモーメント】

- 1 図中に示した力による、点 O のまわりの力のモーメント $M[\text{N}\cdot\text{m}]$ を求めよ。なお、反時計回りを正とする。



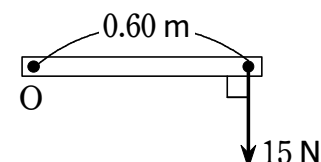
$$M = Fl = 20 \times 0.50 = 10 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- 2 図中に示した力による、点 O のまわりの力のモーメント $M[\text{N}\cdot\text{m}]$ を求めよ。なお、反時計回りを正とする。



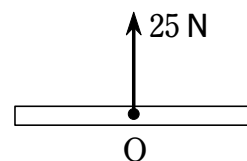
$$M = 30 \times 0.40 = 12 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- 3 図中に示した力による、点 O のまわりの力のモーメント $M[\text{N}\cdot\text{m}]$ を求めよ。なお、反時計回りを正とする。



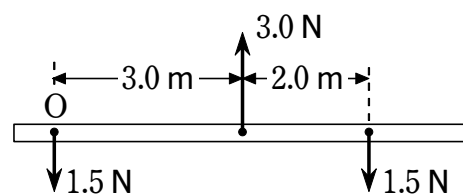
$$M = -15 \times 0.60 = -9.0 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- 4 図中に示した力による、点 O のまわりの力のモーメント $M[\text{N}\cdot\text{m}]$ を求めよ。なお、反時計回りを正とする。



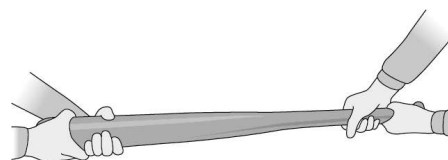
$$M = 25 \times 0 = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- 5 図のように、軽い棒に 3 つの力がはたらいている。このとき、点 O のまわりの力のモーメントの和は何 $\text{N}\cdot\text{m}$ か。反時計回りを正とする。



$$M = 3.0 \times 3.0 - 1.5 \times (3.0 + 2.0) = 1.5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

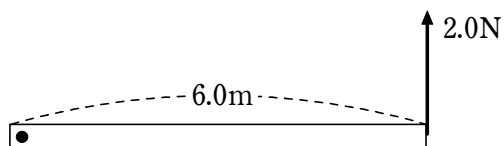
- 6 2 人で野球のバットの両端付近を持ち、互いに逆向きに回転させようとしたとき、グリップ側(細いほう)とヘッド側(太いほう)ではどちらが有利だろうか。理由を説明してみよう。



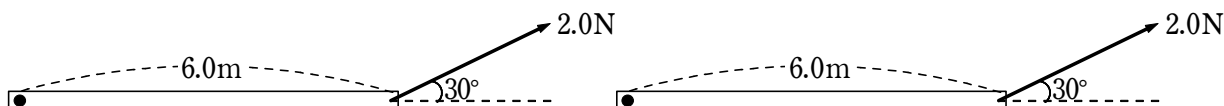
(解答例)同じ力を加えたとき、「 $M = Fl$ 」より、うでの長さ l が長いほうが力のモーメント M が大きくなる、すなわち、剛体を回転させる能力が大きい。バットの場合、太いヘッド側のほうがうでの長さ l を長くできるため、より回転させやすく、有利といえる。

□ うでの長さ

ここで「うでの長さ」についてもう少し詳しく説明します。うでの長さとは、「回転軸と力の作用線との最短距離」のことです。回転軸とは、その名の通り回転するための軸だと思ってください。動かない点です。基本は固定してある点を回転軸とするのですが、物理の問題では固定されていないものもあるので、問題を解くときはそこに自分でくぎを打ってしまいます。どこにくぎを打っても構いません。打つ場所によって計算が楽になることもあります。こればかりはセンスです。



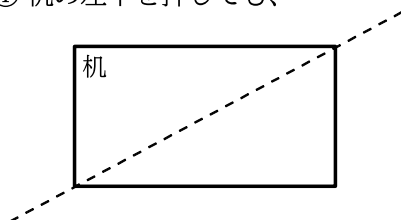
では、棒を下の図のように引っ張ったとします。



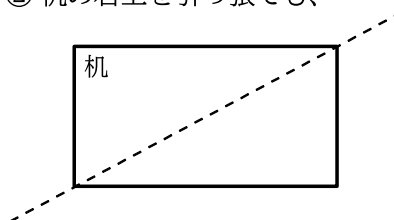
このように力が斜めを向いているときは注意が必要です。この場合うでの長さは 6.0m ではありません。まず、力の矢印を延長します。それが作用線です。その作用線に向かって、回転軸から垂線をおろします。剛体にはたらく力は作用線上を自由に移動できるため、そこに力を持ってきます。そしてその垂線の長さが、回転軸と作用線との最短距離になるため、この場合のうでの長さになります。(※力を分解し、うでの長さと垂直になる成分で考えても大丈夫です。お好みで使い分けてください。)

□ 剛体にはたらく力の移動

① 机の左下を押しても、



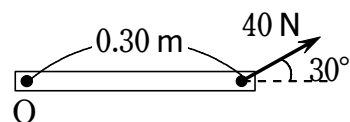
② 机の右上を引っ張っても、



剛体にとって①と②は結局同じこと。剛体におけるルールとして、作用線上なら、はたらいっている力をどこに移動させても構いません。しかも、それがたとえ物体の外側にはたらいっているようなことがあっても問題ありません。

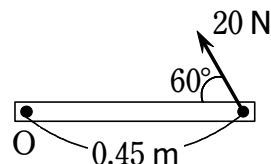
『剛体にはたらく力を作用線上で移動させても、その効果は変わらない。』

- 1 図中に示した力による、点 O のまわりの力のモーメント $M[\text{N}\cdot\text{m}]$ を求めよ。なお、反時計回りを正とする。



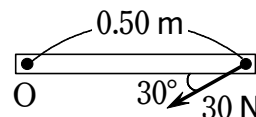
$$M = 40 \times \sin 30^\circ \times 0.30 = 40 \times \frac{1}{2} \times 0.30 = 6.0 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- 2 図中に示した力による、点 O のまわりの力のモーメント $M[\text{N}\cdot\text{m}]$ を求めよ。なお、反時計回りを正とし、答えの数値の根号はそのままよい。



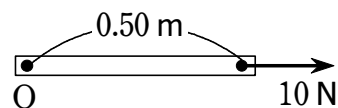
$$\begin{aligned} M &= 20 \times \sin 60^\circ \times 0.45 \\ &= 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0.45 = 4.5\sqrt{3} \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

- 3 図中に示した力による、点 O のまわりの力のモーメント $M[\text{N}\cdot\text{m}]$ を求めよ。なお、反時計回りを正とする。



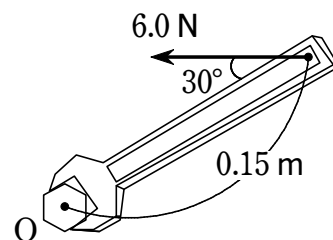
$$\begin{aligned} M &= -30 \times \sin 30^\circ \times 0.50 \\ &= -30 \times \frac{1}{2} \times 0.50 = -7.5 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

- 4 図中に示した力による、点 O のまわりの力のモーメント $M[\text{N}\cdot\text{m}]$ を求めよ。なお、反時計回りを正とする。



$$M = 10 \times 0 = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$$

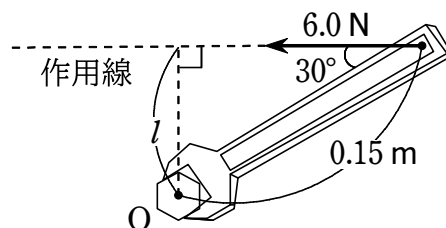
- 5 スパナに対し、図のような向きに大きさ 6.0 N の力を加える。加えた力について、点 O のまわりの力のモーメントは何 $\text{N}\cdot\text{m}$ か。反時計回りを正とする。



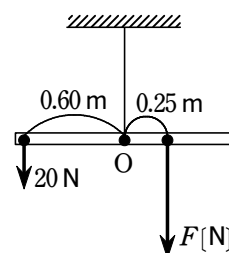
力の作用線から点 O までの距離 $l[\text{m}]$ は $l = 0.15 \times \sin 30^\circ \text{ m}$ である。

点 O のまわりの力のモーメント $M[\text{N}\cdot\text{m}]$ は

$$M = Fl = 6.0 \times (0.15 \times \sin 30^\circ) = 0.45 \text{ N}\cdot\text{m}$$



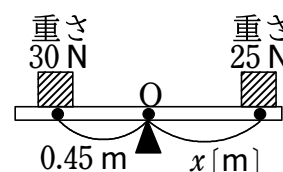
- 1 軽い棒が図のように静止し続けるとき、点 O のまわりの力のモーメントの和を考えて、図中に示した力の大きさ F [N] を求めよ。



点 O のまわりの力のモーメントの和は 0 になるから

$$20 \times 0.60 - F \times 0.25 = 0 \quad F = \frac{20 \times 0.60}{0.25} = 48 \text{ N}$$

- 2 軽い棒が図のように静止し続けるとき、点 O のまわりの力のモーメントの和を考えて、図中に示した位置 x [m] を求めよ。



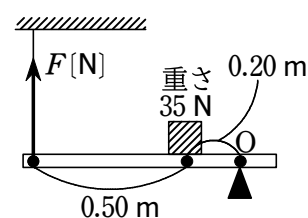
剛体が回転し始めない条件「任意の点のまわりの力のモーメントの和が 0」を用いる。

回転軸はどの位置にとってもよいが、ここでは問題文で指定されている点 O のまわりで考える。

点 O のまわりの力のモーメントの和は 0 になるから

$$30 \times 0.45 - 25 \times x = 0 \quad \text{よって} \quad x = \frac{30 \times 0.45}{25} = 0.54 \text{ m}$$

- 3 軽い棒が図のように静止し続けるとき、点 O のまわりの力のモーメントの和を考えて、図中に示した力の大きさ F [N] を求めよ。



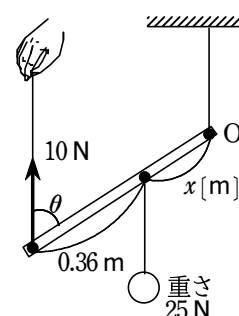
剛体が回転し始めない条件「任意の点のまわりの力のモーメントの和が 0」を用いる。

回転軸はどの位置にとってもよいが、ここでは問題文で指定されている点 O のまわりで考える。

点 O のまわりの力のモーメントの和は 0 になるから

$$35 \times 0.20 - F \times (0.50 + 0.20) = 0 \quad \text{よって} \quad F = \frac{35 \times 0.20}{0.70} = 10 \text{ N}$$

- 4 軽い棒が図のように静止し続けるとき、点 O のまわりの力のモーメントの和を考えて、図中に示した位置 x [m] を求めよ。



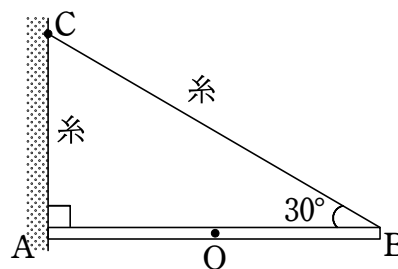
剛体が回転し始めない条件「任意の点のまわりの力のモーメントの和が 0」を用いる。

回転軸はどの位置にとってもよいが、ここでは問題文で指定されている点 O のまわりで考える。

点 O のまわりの力のモーメントの和は 0 になるから $25 \times x \sin \theta - 10 \times (x + 0.36) \sin \theta = 0$

$$\text{よって} \quad 15x - 10 \times 0.36 = 0 \quad \text{ゆえに} \quad x = \frac{10 \times 0.36}{15} = 0.24 \text{ m}$$

- 1 重さ 6.0 N の一様な棒 AB がある。棒の両端にそれぞれ軽い糸を結び、糸の他端を鉛直な壁の1点 C にそれぞれ結びつけて棒が水平になるようにつるす。このとき、 A 、 C を結ぶ糸は鉛直で、 B 、 C を結ぶ糸は水平方向と 30° の角をなしてつりあっている。棒と壁の間の摩擦は無視でき、棒にはたらく重力は、すべて棒の中心点 O に加わるものとする。



- (1) B 、 C を結ぶ糸が棒を引く力の大きさ T_B [N] を求めよ。
- (2) A 、 C を結ぶ糸が棒を引く力の大きさ T_A [N] を求めよ。
- (3) A において、壁から棒にはたらく力の大きさ N_A [N] を求めよ。

【解答】 棒 AB の長さを $2l$ [m] とする。並進運動し始めない条件より

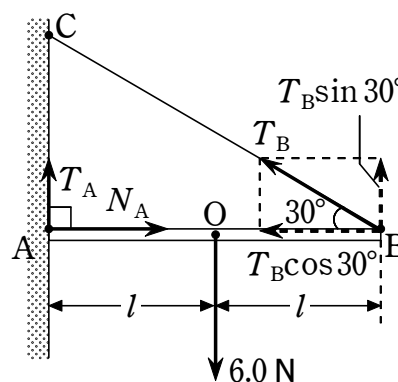
$$N_A - T_B \cos 30^\circ = 0 \quad \dots\dots ①$$

$$T_A + T_B \sin 30^\circ - 6.0 = 0 \quad \dots\dots ②$$

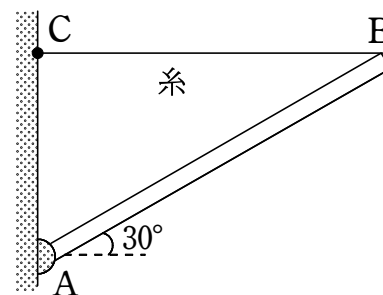
回転運動し始めない条件より、点 A のまわりの力のモーメントを考えて

$$T_B \sin 30^\circ \times 2l - 6.0 \times l = 0 \quad \dots\dots ③$$

- (1) ③ 式より $T_B = 6.0\text{ N}$
- (2) ② 式より $T_A = 6.0 - T_B \sin 30^\circ = 3.0\text{ N}$
- (3) ① 式より $N_A = T_B \cos 30^\circ = 6.0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div 5.2\text{ N}$



- 2 長さ l [m]、質量 m [kg] の一様な棒 AB がある。棒の A 端をちょうつがい壁につけ、 B 端は軽い糸で鉛直な壁の1点 C に結びつけて、棒が水平と 30° をなすように固定した。このとき、 B 、 C を結ぶ糸は水平でつりあっている。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。



- (1) 糸が棒を引く力の大きさ T [N] を求めよ。
- (2) ちょうつがいから棒にはたらく力の水平成分の大きさ F_A [N] と鉛直成分の大きさ F_B [N] を求めよ。

棒 AB にはたらく力は図のようになる。

並進運動し始めない条件より

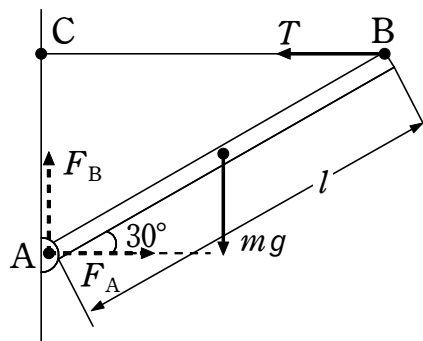
$$F_A - T = 0 \quad \dots\dots ①$$

$$F_B - mg = 0 \quad \dots\dots ②$$

回転運動し始めない条件より、点 A のまわりの力のモーメントを考えて

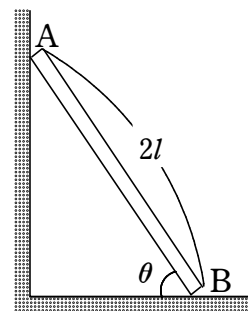
$$T \times l \sin 30^\circ - mg \times \frac{l}{2} \cos 30^\circ = 0 \quad \dots\dots ③$$

- (1) ③ 式より $T = \frac{mg \cos 30^\circ}{2 \sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} mg$ [N]
- (2) ① 式より $F_A = T = \frac{\sqrt{3}}{2} mg$ [N] ② 式より $F_B = mg$ [N]



- 3 質量 m 、長さ $2l$ の一様な棒 AB を、水平であらい床と鉛直でなめらかな壁の間に、水平から θ の角をなすように立てかけた。重力加速度の大きさを g とする。

- (1) 棒が静止しているとき、壁からの垂直抗力の大きさ N_A 、床からの垂直抗力の大きさ N_B 、摩擦力の大きさ F を求めよ。
 (2) 棒が倒れないためには、 $\tan \theta$ がいくら以上であればよい。ただし、棒と床の間の静止摩擦係数を μ とする。



指針 Bのまわりの力のモーメントのつりあい、鉛直方向と水平方向の力のつりあいを考える。

解説 (1) 棒にはたらく力を図示する。

Bのまわりの力のモーメントのつりあいより

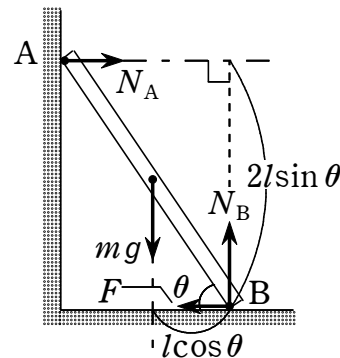
$$mg \times l \cos \theta - N_A \times 2l \sin \theta = 0$$

$$N_A = \frac{mg}{2 \tan \theta}$$

鉛直方向のつりあいより

$$N_B - mg = 0 \quad \text{よって} \quad N_B = mg$$

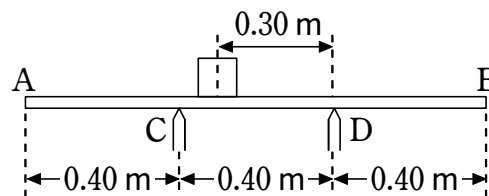
$$\text{水平方向のつりあいより} \quad N_A - F = 0 \quad \text{よって} \quad F = N_A = \frac{mg}{2 \tan \theta}$$



- (2) F が最大摩擦力 μN_B をこえなければよいので $F \leq \mu N_B \quad \frac{mg}{2 \tan \theta} \leq \mu mg \quad \tan \theta \geq \frac{1}{2\mu}$

- 4 図のように、重さ 10 N の一様な板が支柱 C 、 D によって水平に支えられ、その上に重さ 20 N のおもりが置かれている。

- (1) 板が支柱 C 、 D から受ける力はそれぞれ何 N か。



- (2) おもりを右へ移動させるとき、ある所まで行くと板がひっくり返った。このときおもりを何 m 右へ移動させたか。

- (1) 板にはたらく力は図 a のようになる。板が支柱 C 、 D から受ける垂直抗力の大きさを、それぞれ N_C 、 $N_D [\text{N}]$ とする。支柱 D のまわりの力のモーメントを考えると

$$20 \times 0.30 + 10 \times 0.20 - N_C \times 0.40 = 0 \quad \text{よって} \quad N_C = 20 \text{ N}$$

また、合力の大きさが 0 になるので

$$N_C + N_D - 20 - 10 = 0 \quad \text{よって} \quad N_D = 10 \text{ N}$$

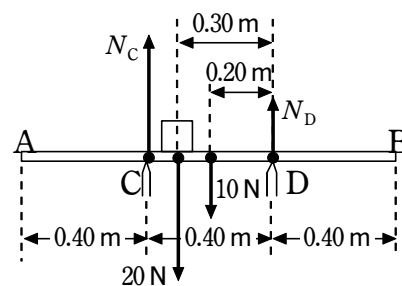


図 a

- (2) おもりを元の位置から $x [\text{m}]$ 右へ移動させたときに板がひっくり返るとすると、そのとき板にはたらく力は図 b のようになる。このとき、 $N_C = 0 \text{ N}$ となり、板は C から浮き上がる。支柱 D のまわりの力のモーメントを考えると

$$10 \times 0.20 - 20 \times (x - 0.30) = 0 \quad \text{よって} \quad x = 0.40 \text{ m}$$

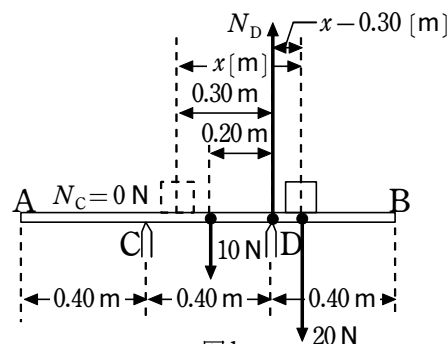


図 b

D 剛体にはたらく力の合力

I 平行で同じ向きの2力の合成

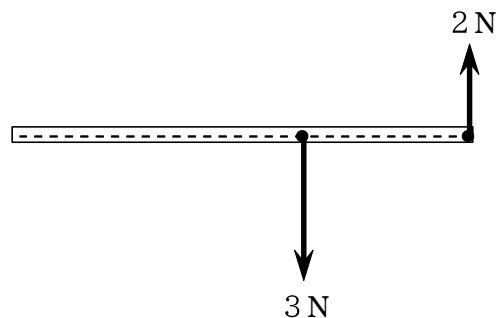
力の大きさの「逆比」に「内分」する場所に合力ができる。合力の大きさは足し算で求める。



棒を 2 : 3 に内分する場所に 5 N の力が加わっているのと同じ！

II 平行で逆向きの2力の合成

力の大きさの「逆比」に「外分」する場所に合力ができる。合力の大きさは引き算で求める。



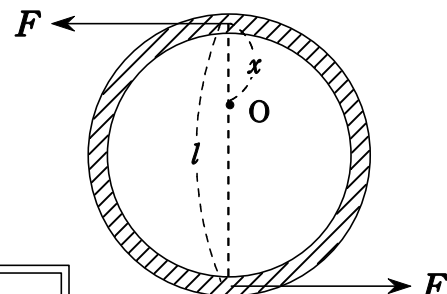
棒を 2 : 3 に外分する場所に 1 N の力が加わっているのと同じ！

E 偶力

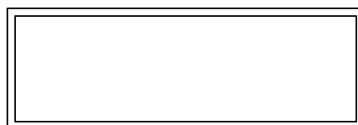
大きさは等しいが平行で逆向きの2力が剛体に加わっている場合、この2力を外分することは不可能であり、合力を求めることができません。そのような2力を1対のものと考えて「」といいます。

偶力の特徴

- ・回転させる能力がある（回転運動できる）
- ・物体を動かす能力はない（並進運動できない）



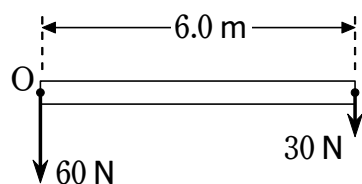
【偶力のモーメント】



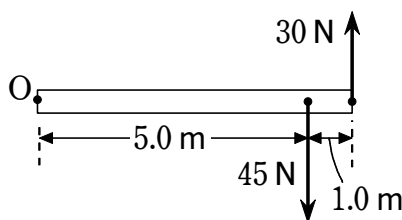
このように、偶力の作用線間の距離を l とすると、どの点のまわりの力のモーメントを考えても、その和は『 $M = Fl$ 』となります。この Fl を『偶力のモーメント』といいます。

- 1 (1)~(3) のように、剛体に 2 つの平行な力がはたらいている。それぞれ、合力の向き、大きさ、および点 O から作用線までの距離を求めよ。

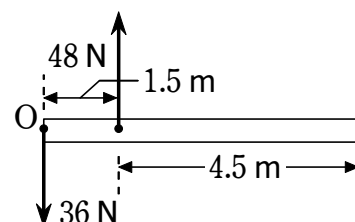
(1)



(2)



(3)



点 O から合力の作用線までの距離を x [m] とする。

- (1) 2 力とも下向きだから、合力も下向きである。

大きさは $60 + 30 = 90$ N

また、図より $x : (6.0 - x) = 30 : 60$ が成り立つ。

これより $60x = 30(6.0 - x)$

よって $x = 2.0$ m

- (2) 上向きを正とすると、合力は $30 - 45 = -15$ N

よって、向きは下向きで大きさは 15 N である。

また、図より

$$(5.0 - x) : \{(5.0 - x) + 1.0\} = 30 : 45$$

が成り立つ。これより $45(5.0 - x) = 30(6.0 - x)$

よって $x = 3.0$ m

- (3) 上向きを正とすると、合力は $48 - 36 = 12$ N

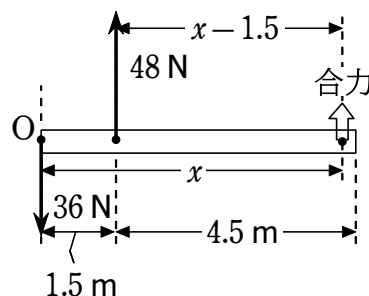
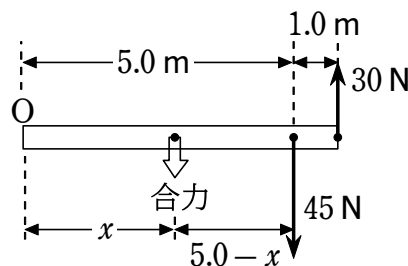
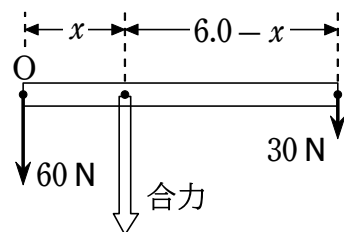
よって、向きは上向きで大きさは 12 N である。

また、図より

$$(x - 1.5) : x = 36 : 48 \text{ が成り立つ。}$$

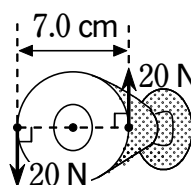
これより $48(x - 1.5) = 36x$

よって $x = 6.0$ m



- 2 図のように、直径 7.0 cm のドアノブの両端に、平行で逆向きに大きさ 20 N の 2 力を加えて回転させる。このとき、偶力のモーメントの大きさは何 N・m か。

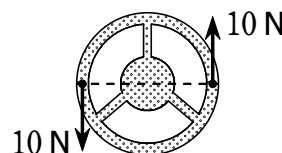
$$M = Fl = 20 \times (7.0 \times 10^{-2}) = 1.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$



- 3 半径 20 cm のハンドルの左右に図のように 10 N の力を加えたときの偶力のモーメント M [N・m] を求めよ。反時計回りを正とする。

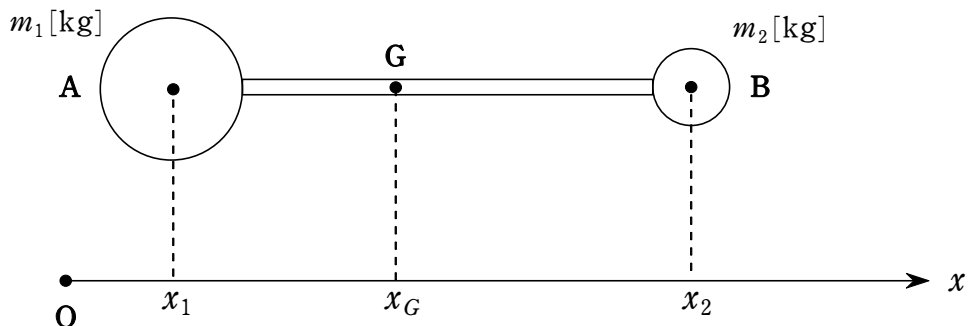
偶力のモーメントの式より、反時計回りを正として

$$M = Fl = 10 \times 0.40 = 4.0 \text{ N} \cdot \text{m}$$



F 重心

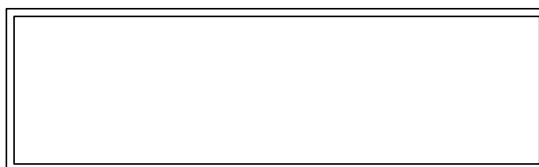
物体を非常に多くの小さな部分に分けて考えると、それぞれに重力がはたらいていることになります。それらの合力を「 」と言い、高校物理の問題では、その1点にその物体の重力がはたらくものとして扱います。



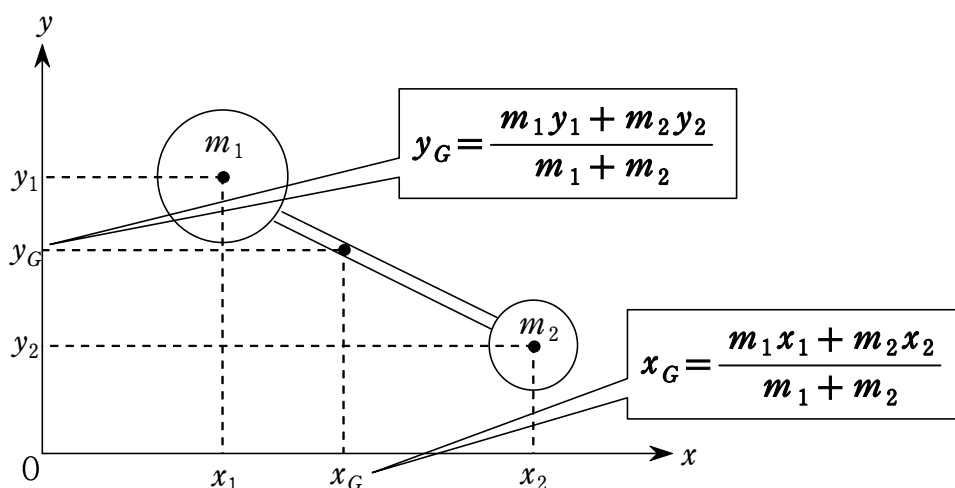
点Gまわりの力のモーメントのつりあいより

g を消去し、 x_G について解くと、

【重心の公式】



平面にある場合でも x 座標・ y 座標ごとに式を立てると重心の座標を求めることができます。



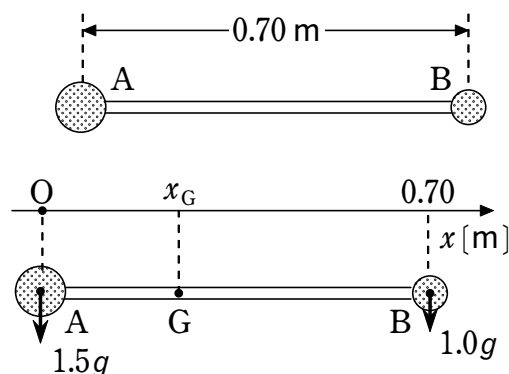
基本的に、一様な棒の重心は中点にあり、一様な円板や球の重心は中心にあります。線対称な物体などもその中心線のどこかに重心があることになります。また、ドーナツ形のように必ずしも重心が物体内にあるとは限らない場合もあります。

- 1 図のように、長さ 0.70 m の軽い棒の両端に、質量 1.5 kg の小球 A と、質量 1.0 kg の小球 B を固定した。このとき、小球 A から重心までの距離は何 m か。ただし、小球の大きさは無視する。

図のように x 軸をとり、重心の座標を $x_G[\text{m}]$ とする。

$$「x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}」より$$

$$x_G = \frac{1.5 \times 0 + 1.0 \times 0.70}{1.5 + 1.0} = 0.28\text{ m}$$



- 2 図の AB は、太さが無視できる長さ 3.0 m のまっすぐな棒であるが、重心は中点にはない。A 端を地面につけたまま、B 端に鉛直上向きの力を加えて少し持ち上げるには 24 N より大きな力が必要だった。また、B 端を地面につけたまま、A 端を少し持ち上げるには 12 N より大きな力が必要だった。A 端から棒の重心までの距離と、棒の重さを求めよ。

棒の重心の位置と重さが未知数であり、それに対しての力のモーメントのつりあいの式を 2 つ立てる。棒の重心の位置を A 端より右に $x[\text{m}]$ の所とし、棒の重さを $W[\text{N}]$ とする。

図 a で、点 A のまわりの力のモーメントの和 $= 0$ より

$$24 \times 3.0 - Wx = 0 \quad \dots\dots ①$$

図 b で、点 B のまわりの力のモーメントの和 $= 0$ より

$$W(3.0 - x) - 12 \times 3.0 = 0 \quad \dots\dots ②$$

①、② 式より

$$x = 2.0\text{ m} \quad W = 36\text{ N}$$



図 a

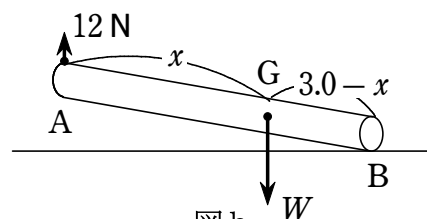
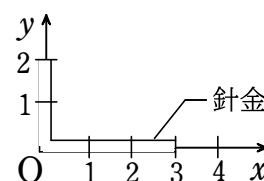


図 b

- 3 図のように、細い一様な針金を L 字型に曲げた物体がある。曲げた点を原点 O とし、図のように座標軸を定めるとき、物体の重心 G の座標を求めよ。



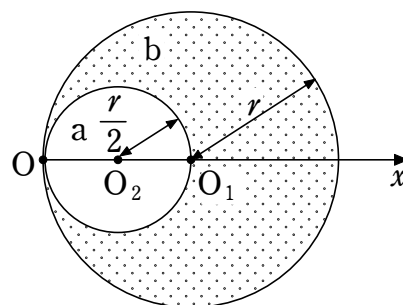
x 軸に平行な部分を物体 1、 y 軸に平行な部分を物体 2 として考える。物体全体の質量を m とすると、物体 1 の質量は $\frac{3}{5}m$ 、物体 2 の質量は $\frac{2}{5}m$ となる。また、物体 1 の重心の座標は $(1.5, 0)$ 、物体 2 の重心の座標は $(0, 1)$ である。物体全体の重心の座標を (x_G, y_G) とすると

$$x_G = \frac{\frac{3}{5}m \times 1.5 + \frac{2}{5}m \times 0}{m} = 0.9 \quad y_G = \frac{\frac{3}{5}m \times 0 + \frac{2}{5}m \times 1}{m} = 0.4$$

よって $(0.9, 0.4)$

- 4 質量 m , 半径 r (中心 O_1) の一様な厚さの円板から,

図のように半径 $\frac{r}{2}$ (中心 O_2) の円板 a をくり抜き, 残りの部分を b とする。図の点 O を原点とし, O_1, O_2 を通る x 軸をとる。



(1) a, b の質量はそれぞれいくらか。

(2) a をもとの位置に置いたとき, a と b からなる全体

の重心が, もとの円板の重心 O_1 に一致する。このことを利用して, b の重心の x 座標を求めよ。

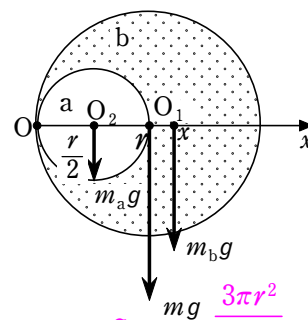
(1) 質量 (あるいは重さ) は面積に比例する。半径 r の円

板の面積 S_1 は $S_1 = \pi r^2$

半径 $\frac{r}{2}$ の円板の面積 S_2 は $S_2 = \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{\pi r^2}{4}$

b 部分の面積 S_3 は $S_3 = S_1 - S_2 = \pi r^2 - \frac{\pi r^2}{4} = \frac{3\pi r^2}{4}$

a の質量 m_a は $m_a = m \cdot \frac{S_2}{S_1} = m \cdot \frac{\frac{\pi r^2}{4}}{\pi r^2} = \frac{m}{4}$ b の質量 m_b は $m_b = m \cdot \frac{S_3}{S_1} = m \cdot \frac{\frac{3\pi r^2}{4}}{\pi r^2} = \frac{3m}{4}$



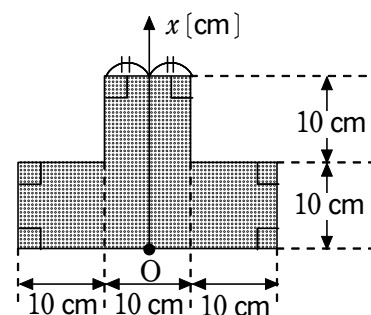
(2) a 部分 (重心の位置は $x = \frac{r}{2}$) と b 部分 (重心の位置を x とする) の 2 つの部分から

なるものの全体の重心の位置 x_G が, $x_G = r$ (点 O_1) である。

「 $x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ 」より $r = \frac{m_a \cdot \frac{r}{2} + m_b x}{m_a + m_b} = \frac{\frac{m}{4} \cdot \frac{r}{2} + \frac{3m}{4} \cdot x}{m} = \frac{r}{8} + \frac{3x}{4}$ ゆえに, x 軸上で $x = \frac{7r}{6}$

- 5 次のような一様な厚さの板について, 重心の x 座標を求めよ。

凸形の板



重心の公式を用いる。

長方形の板 a と正方形の板 b に分けて考える。

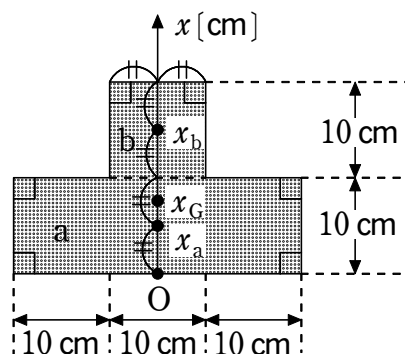
a と b の面積の比は $3:1$ であるから, b の質量を m [kg] とすると, a の質量は $3m$ [kg] である。

a と b の重心の x 座標をそれぞれ x_a [cm], x_b [cm] とおくと

$x_a = 10 \times \frac{1}{2} = 5.0$ cm, $x_b = 10 + 10 \times \frac{1}{2} = 15$ cm

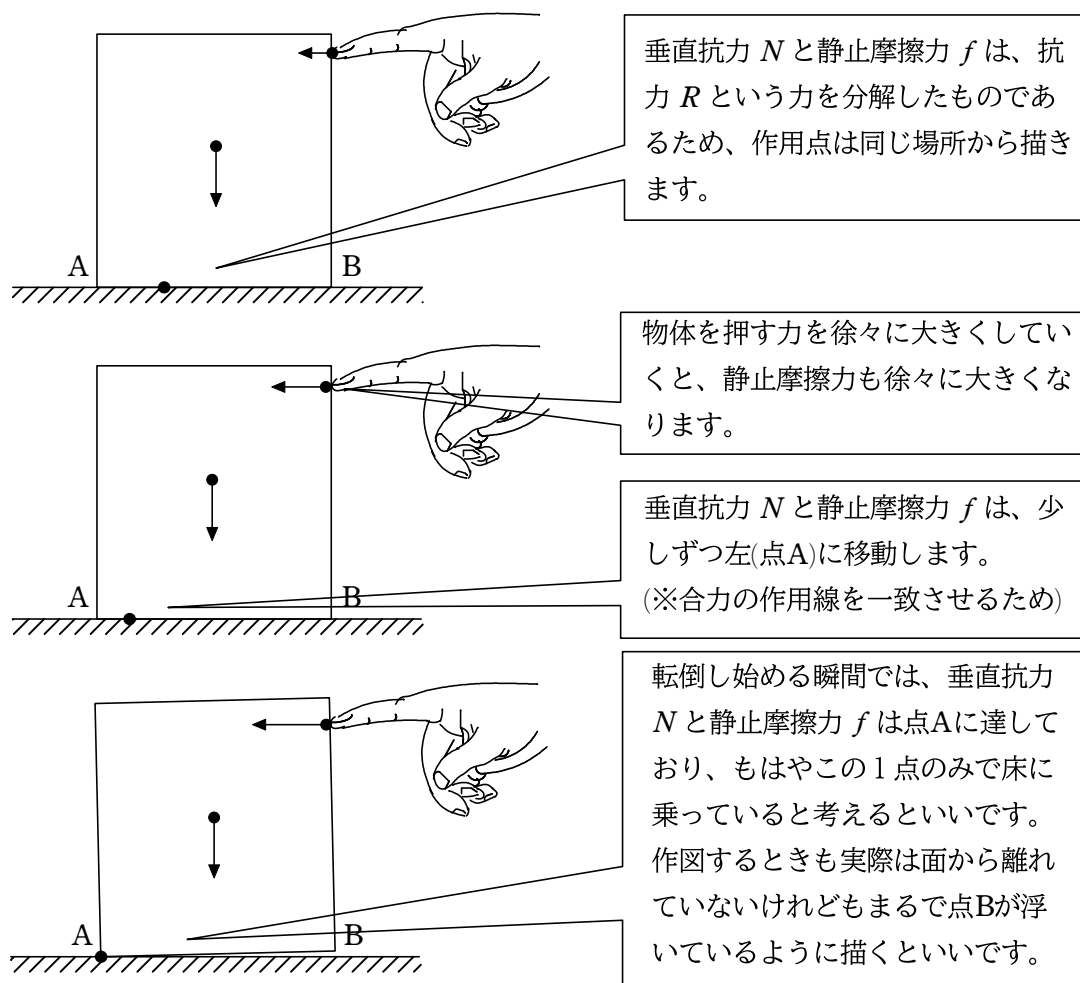
重心の公式より, 重心の位置 x_G [cm] は

$x_G = \frac{3m \times 5.0 + m \times 15}{3m + m} = \frac{15 + 15}{4} = \frac{30}{4} = 7.5$ cm



G 剛体の傾きと転倒

あらい水平な面上に置かれた剛体を指で押すときを考えます。このとき最大摩擦力の大きさによって、物体は転倒するか滑りだすかの動きをみせます。



転倒し始める問題では、点Aを回転軸として、点Aまわりの力のモーメントのつりあいの式を立てて解くことになります。(転倒し始めるときなので、まだモーメントがつりあっているギリギリの状況)

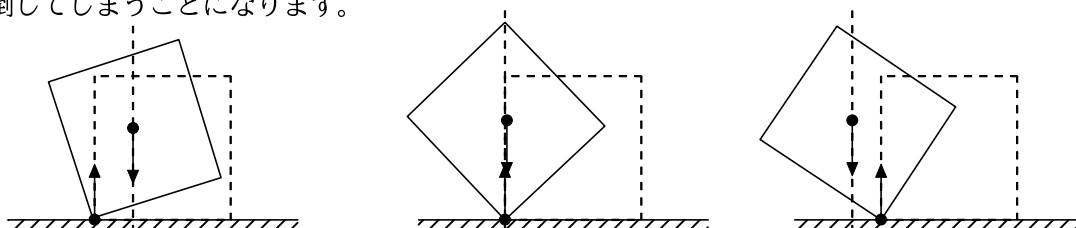
=

また、転倒し始める前、つまり垂直抗力 N と静止摩擦力 f が点Aに達するよりも前に、静止摩擦力が最大摩擦力をむかえてしまうと、剛体は転倒するよりも前に滑りだしてしまいます。

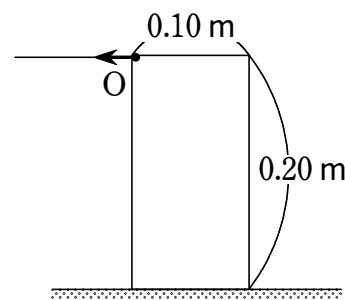
>

であれば滑らず転倒する。

さらに重力の作用線が、回転軸をこえる前だともとに戻ろうとし、回転軸をこえた後だとそのまま転倒してしまうことになります。



- 1 あらい水平面上にある重さ 20 N の一様な直方体の物体を、図の点 O につけたひもで水平方向に引く。引く力を大きくしていくと、引く力の大きさが $F_0 [\text{N}]$ をこえた直後に、物体は水平面上をすべることなく傾き始めた。 F_0 を求めよ。

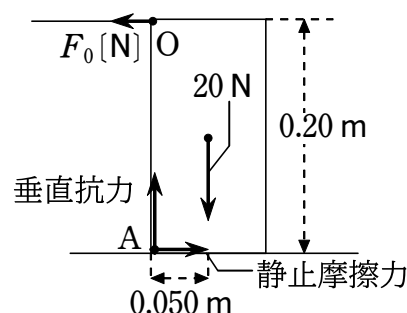


指針 引く力の大きさが $F_0 [\text{N}]$ のとき、垂直抗力と静止摩擦力の作用点は下の図の点 A にある。

解答 引く力の大きさが $F_0 [\text{N}]$ のとき、物体にはたらく力は図ようになる。このとき、点 A のまわりの力のモーメントを考えると

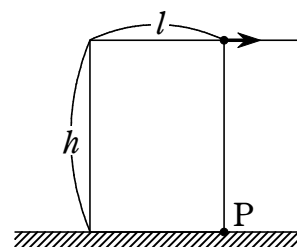
$$F_0 \times 0.20 - 20 \times 0.050 = 0$$

よって $F_0 = 5.0\text{ N}$



- 2 図のように、質量が m で、縦、横の長さが h , l の直方体の一様な物体を水平であらい床の上に置き、物体の上端に糸をつけて水平に引く。重力加速度の大きさを g とする。

- (1) 引く力の大きさが T をこえたとき、物体は床の上をすべることなく図の点 P の位置を軸に傾き始めた。 T を求めよ。
 (2) (1) のようになるための床と物体の間の静止摩擦係数 μ の条件を求めよ。



指針 (1) 物体が傾き始めるとき、物体の底面は床から浮き上がるが、端の点 P だけは床に接したままである。このとき、垂直抗力 N と静止摩擦力 F の作用点は点 P にある。
 (2) 傾き始めるときの静止摩擦力 F が、最大摩擦力 μN より小さければよい。

解説 (1) 物体にはたらく力は図ようになる。物体は点 P の位置を軸に傾き始めるので、垂直抗力 N と静止摩擦力 F はともに点 P にはたらく。点 P のまわりの力のモーメントのつりあいより

$$mg \times \frac{l}{2} - T \times h = 0 \quad \text{よって} \quad T = \frac{mgl}{2h}$$

- (2) 水平方向の力のつりあいより

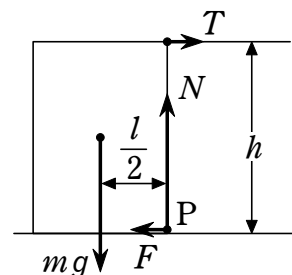
$$T - F = 0 \quad \text{よって} \quad F = T = \frac{mgl}{2h}$$

鉛直方向の力のつりあいより

$$N - mg = 0 \quad \text{よって} \quad N = mg$$

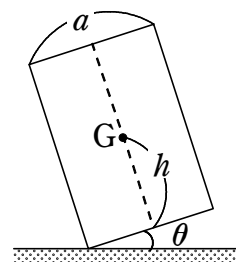
物体が床の上をすべることなく傾き始める条件は

$$F < \mu N \quad \text{よって} \quad \frac{mgl}{2h} < \mu \times mg \quad \text{したがって} \quad \mu > \frac{l}{2h}$$



- 3 図のように、直方体を傾けてから静かにはなす。底面の横の長さを a [m]、底面から重心 G までの高さを h [m] とし、重心 G は直方体の中心軸 (図の破線) 上にあるとする。

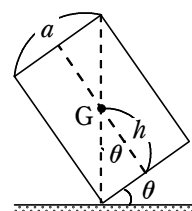
- (1) 直方体をある角より大きく傾けると転倒する。その角を θ とするとき、 $\tan \theta$ を a , h で表せ。
- (2) 直方体が転倒しにくいのは、重心の位置が高い場合か、低い場合か。理由とともに説明してみよう。



- (1) 垂直抗力と重力の作用線が一致するときが不安定なつりあいであり、これより大きく傾けると転倒する。図より

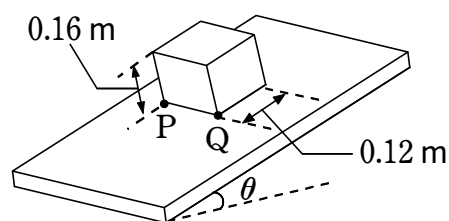
$$\tan \theta = \frac{\frac{a}{2}}{h} = \frac{a}{2h}$$

- (2) (解答例) θ が大きい、すなわち、 $\tan \theta$ が大きいほど、直方体は転倒しにくいといえる。(1) より、重心 G の高さ h が小さいほど $\tan \theta$ は大きい。つまり、重心の位置が低いほうが転倒しにくいといえる。



- 4 高さ 0.16 m で密度が一様な直方体を、長さ 0.12 m の底辺が斜面にそう向きに平行になるようにして、あらい斜面上に置く。

- (1) 斜面の傾きの角 θ を徐々に大きくしていくと、重力の作用線が図の PQ をこえたときに直方体は転倒を始める。このときの角を θ_0 とするとき、 $\sin \theta_0$ を求めよ。
- (2) 直方体と斜面との間の静止摩擦係数を μ とすると、 μ がある値 μ_0 より小さいときは、直方体は (1) の状態になる前に斜面をすべり始める。 μ_0 を求めよ。

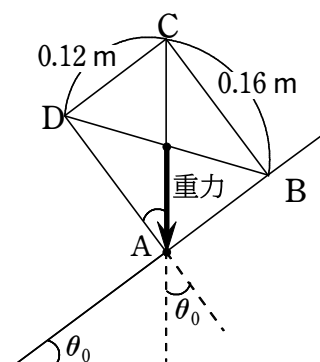


- (1) 図より $\sin \theta_0 = \frac{CD}{AC} = \frac{0.12}{\sqrt{0.12^2 + 0.16^2}} = 0.60$

- (2) 斜面の傾きが θ_0 をこえるまで直方体がすべらないためには、 θ_0 が摩擦角になっていけばよい。このときの直方体と斜面との間の静止摩擦係数を μ_0 とすると、 $\mu_0 = \tan \theta_0$ の関係があるので

$$\mu_0 = \tan \theta_0 = \frac{0.12}{0.16} = 0.75$$

したがって、 μ が 0.75 より小さいとき、直方体は斜面の傾きが θ_0 となる前に斜面をすべり始める。





「不屈不撓の物理ホームページリンク」

パスワード ○○○○